ORSAY
n° d'ordre : 3287

UNIVERSITE DE PARIS - SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée
pour obtenir

Le Titre de DOCTEUR 3 ème Cycle

SPECIALITE : Physique des Gaz et Plasmas

PAR

MONSIEUR PIERRE FERDINAND

SUJET: REALISATION D'UN AMPEREMETRE A FIBRE OPTIQUE

---

soutenue le 17 Septembre 1982 devant la Commission d'examen

MM.	M. FITAIRE	Président
	H.J. ARDITTY	Rapporteur
	B. DESSUS	Examinateur
	D. OSTROWSKY	Examinateur
	Y. LEVY	Examinateur

ORSAY
n° d'ordre : 3287

UNIVERSITE DE PARIS - SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée
pour obtenir

Le Titre de DOCTEUR 3 ème Cycle

SPECIALITE : Physique des Gaz et Plasmas

PAR

MONSIEUR PIERRE FERDINAND

SUJET: REALISATION D'UN AMPEREMETRE A FIBRE OPTIQUE

---

soutenue le 17 Septembre 1982 devant la Commission d'examen

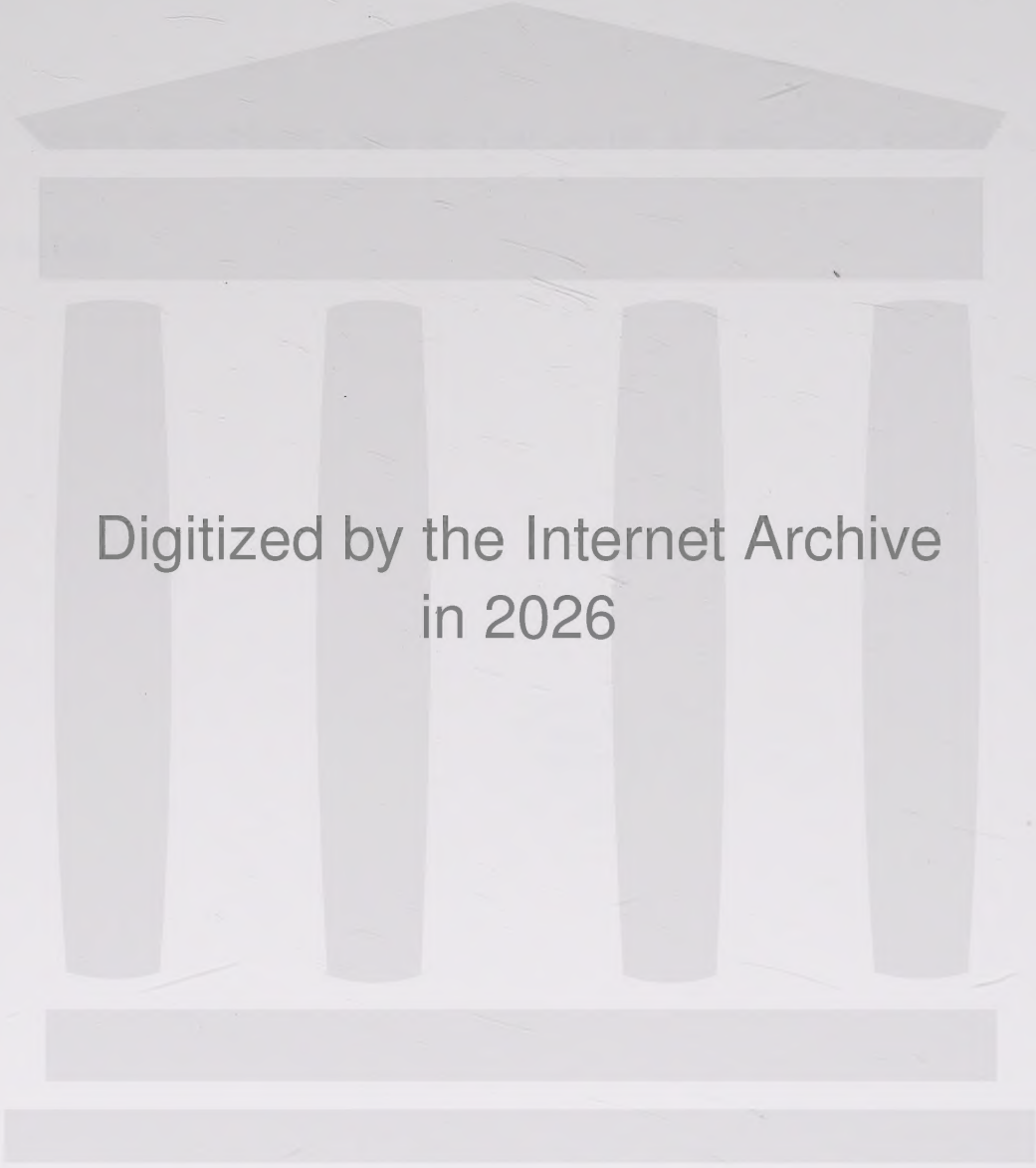
MM.	M. FITAIRE	Président
	H.J. ARDITTY	Rapporteur
	B. DESSUS	Examinateur
	D. OSTROWSKY	Examinateur
	Y. LEVY	Examinateur

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

La science est comme la terre, on n'en peut posséder qu'un peu.

(Voltaire)

A Elisabeth, Marie-Thérèse et Paul



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543523_0011

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été effectué au sein de la Division Applications de l'Optique de la Direction des Etudes et Recherches de l'Electricité de France.

On comprend aisément qu'il me soit impossible de remercier chacun comme je le souhaiterais. Je commettrai donc l'injustice de ne m'adresser qu'à un petit nombre de personnes.

Je remercie Monsieur R. LEMARECHAL qui a bien voulu m'accueillir dans son Département pendant ces deux années.

Monsieur B. DESSUS qui dirige la Division Applications de l'Optique, a constamment suivi mon travail et les fructueuses discussions que j'ai eues avec lui m'ont souvent permis d'élucider des points délicats.

Monsieur le Professeur M. FITAIRE a bien voulu me faire l'honneur de présider la commission d'examen, je lui exprime mes remerciements les plus respectueux.

Ma reconnaissance va également à Monsieur H.J. ARDITTY pour la sympathie qu'il m'a témoignée, ses conseils toujours avisés et son aide efficace durant la préparation de ce mémoire.

Je suis reconnaissant envers Messieurs D. OSTROWSKY, Professeur à l'Université de NICE et Y. LEVY, Maître de Recherche à l'Institut d'Optique d'ORSAY, d'avoir bien voulu accepter de participer à ce jury.

Je tiens à remercier tout particulièrement Messieurs C. CAHEN, J.L. LESNE et C. MERSIER pour leur constant soutien tout au long de cette étude et principalement lors de la rédaction du manuscrit.

Enfin, j'exprime ma reconnaissance à tout le personnel de la Division pour son aide efficace et tout particulièrement à Monsieur P. MOUSSELET dont les conseils et l'assistance technique m'ont été très utiles durant cette thèse, ainsi qu'à Messieurs P. CHAUVEAU et J.P. GERARDIN dont les compétences en électronique m'ont souvent été d'un précieux secours.

MOTS CLES

- Fibre optique.
- Ampèremètre.
- Effet Faraday.
- Interféromètre de Sagnac.
- Biréfringence.
- Laser bifréquence.

LISTE DES SYMBOLES UTILISES

θ	: Rotation du plan de polarisation de l'onde.
V_e	: Constante de Verdet.
$\vec{H}$	: Champ d'induction magnétique.
$\vec{B}$	: Champ magnétique.
L	: Longueur du trajet optique ou longueur totale de fibre.
ω	: Pulsation des ondes lumineuses.
ω_o	: Pulsation de résonnance des bandes d'absorption.
$\vec{v}$	: Vitesse des électrons.
λ	: Longueur d'onde des ondes lumineuses.
λ_o	: Longueur d'onde de résonnance.
n	: Indice de réfraction moyen.
n_+	: Indice de réfraction associé à l'onde de polarisation C_+.
n_-	: Indice de réfraction associé à l'onde de polarisation C_-.
Δn	: Ecart entre les indices n_+ et n_-.
$\vec{I}$	: Courant électrique parcourant la ligne.
$\vec{d\ell}$	: Unité d'élément conducteur.
R	: Distance entre la fibre et le conducteur = rayon du touret.
N	: Nombre de tours de fibre enroulée.
$\Delta\beta$	: Biréfringence linéaire intrinsèque par unité de longueur de fibre.
Ω	$= (\theta^2+(\Delta\beta.L)/2)^{1/2}$.
S	: Caractérise la rotation du plan de polarisation par mesure polarimétrique.
C_+	: Onde lumineuse à polarisation circulaire gauche.
C_-	: Onde lumineuse à polarisation circulaire droite.
"$\lambda/4$"	: Lame quart d'onde.
"$\lambda/2$"	: Lame demi-onde.
$\varphi_F = \varphi_{Far}$	: Rotation du plan de polarisation due à l'effet Faraday.
$\Delta\varphi_F = \Delta\phi_{Far}$	: Double de la rotation Faraday = rotation dans un interféromètre.
t_i	: Coefficient de transmission en amplitude du cube n° i.
r_i	: Coefficient de réflexion en amplitude du cube n° i.
ρ	: Module des coefficients r et t.
φ_+	: Déphasage induit par effet Faraday sur l'onde C_+.
φ_-	: Déphasage induit par effet Faraday sur l'onde C_-.
T_i	: Coefficient de transmission en intensité du cube n° i.
R_i	: Coefficient de réflexion en intensité du cube n° i.
φ_o	: Amplitude de la modulation de phase.
E	: Module du champ électrique de l'onde lumineuse.
I_{c1}, I_{c2}	: Intensité de l'onde électromagnétique en C_1 ou C_2.
$J_o(x)$	: Fonction de Bessel d'ordre 0.
$J_1(x)$	: Fonction de Bessel d'ordre 1.
ν_i	: Fréquence de l'onde lumineuse n° i.
ν_ℓ	: Fréquence de l'onde lumineuse issue du laser.
c	: Vitesse de la lumière dans le vide.
p	: Périmètre de l'anneau formé sur le touret.
S/B	: Rapport signal sur bruit.
P_i	: Puissance lumineuse de l'onde n° i.
η	: Efficacité quantique du détecteur.
B_o	: Bande passante de la chaîne électronique de détection.
I^c_{min}	: Courant électrique minimum détectable.
I^c_{max}	: Courant électrique maximum détectable.

$\updownarrow$	: Polarisation linéaire située dans le plan de la figure.
$\odot$	: Polarisation linéaire perpendiculaire au plan de la figure.
$\rightarrow$	: Sens de propagation.
C_i	: Onde à polarisation circulaire n° i.
ω_i	: Pulsation de l'onde lumineuse n° i.
e_i	: Module de l'amplitude de l'onde lumineuse n° i.
t	: Temps.
Λ	: Période spatiale (= $c/\Delta\nu$) d'une onde de fréquence $\Delta\nu$.
c_1, c_2	: Coefficients de couplage en amplitude des objectifs 1 et 2.
C_1, C_2	: Coefficients de couplage en intensité des objectifs 1 et 2.
α_T	: Coefficients d'absorption en intensité de la fibre.
$P_{\updownarrow}$	: Puissance lumineuse de l'onde $\updownarrow$.
$P_{\odot}$	: Puissance lumineuse de l'onde $\odot$.
$\mathcal{E}_{\updownarrow}$	: Amplitude du champ électrique de l'onde $\updownarrow$.
$\mathcal{E}_{\odot}$	: Amplitude du champ électrique de l'onde $\odot$.
D	: Facteur de conversion du détecteur.
q	: Charge électronique.
P_S	: Puissance en sortie de fibre.
P_i	: Puissance entrant dans la fibre.
P_N	: Puissance due aux diverses sources de bruit.
α_{SR}	: Coefficient d'absorption dû à la diffusion Rayleigh.
α_{SB}	: Coefficient d'absorption dû à la diffusion Brillouin.
P_{RF}, P_{RB}	: Puissance de bruit due à la diffusion Rayleigh dans le sens direct, rétrograde.
P_{Bo}, $P_{B\pi}$	: Puissance de bruit due à la diffusion Brillouin dans le sens direct, rétrograde.
P_{FP}	: Puissance de bruit due à la diffusion Mie et à l'interface coeur-gaine.
L_o	: Longueur de fibre optimale minimisant les puissances de bruit.
$\Delta\phi_{prop.}$	: Déphasage dû à la propagation de deux ondes de fréquences différentes.
$\Delta\nu$	: Différences entre les deux fréquences issues du laser.
$\Delta\phi_{min}$	: Déphasage Faraday minimum détectable.
$\Delta\Phi_{max}$	: Déphasage Faraday maximum mesurable sans ambiguïté.
V	: Paramètre définissant l'unimodalité des fibres optiques.
V_c	= 2,405. Limite pour V, au-dessus de cette valeur les fibres sont multimodales.
n_c	: Indice de réfraction du coeur de la fibre.
n_g	: Indice de réfraction de la gaine de la fibre.
a	: Rayon du coeur de la fibre.
$\bar{n}$	: Indice moyen de la fibre = $(n_c + n_g)/2$.
O.N.	: Ouverture numérique de la fibre.
E_x, E_y	: Composantes du vecteur champ électrique sur les axes $\hat{x}$ et $\hat{y}$.
n_x, n_y	: Constantes de propagation suivant les axes $\hat{x}$ et $\hat{y}$.
n_-, n_+	: Constantes de propagation associées aux ondes C_- et C_+.
ω_b	: Biréfringence circulaire intrinsèque de la fibre.
E.D.P.	: Etat De Polarisation.
e	: Ellipticité d'une onde polarisée.
2Ψ	: Latitude du point représentant l'E.D.P. sur la sphère de Poincaré.
2φ	: Longitude du point représentant l'E.D.P. sur la sphère de Poincaré.
$\vec{\Gamma}$	: Somme vectorielle des biréfringences sur la sphère de Poincaré.
ℓ	: Longueur parcourue par la lumière dans la fibre optique.
τ	: Taux de torsion appliqué par unité de longueur de fibre.

k_b : Biréfringence circulaire induite par torsion et par unité de longueur de fibre dans le repère du laboratoire.

k'_b : Biréfringence circulaire apparente dans le repère de la fibre.

g : Constante d'Ulrich définissant la proportionnalité entre la torsion et la biréfringence circulaire induite dans la fibre.

(x_o, y_o, z_o) : Coordonnées du point sur la sphère de Poincaré définissant la polarisation initiale.

P : Point représentnat 1'E.D.P. sur la sphère de Poincaré.

$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$: Trièdre trirectangle de la sphère de Poincaré.

B, A : Petit et grand axes de l'ellipse.

$\delta = (\frac{\pi}{2} - 2\Psi)$: Complément à $\frac{\pi}{2}$ de la latitude du point P sur la sphère.

M : Matrice de Jones représentant la fibre dans le repère du laboratoire.

M' : Matrice de Jones représentant la fibre dans son référentiel.

ω_o : Demi-biréfringence circulaire intrinsèque de la fibre.

g_o : Demi-biréfringence linéaire de la fibre.

k_o : Demi-biréfringence circulaire apparente dans le repère de la fibre.

Γ_o : Norme euclidienne de la somme des vecteurs demi-biréfringences circulaires et linéaire.

$\alpha_{+(-)}$: Rapport des amplitudes des champs électriques $E_y(Z)$ et $E_x(Z)$ associés à l'onde $C_{+(-)}$.

$\varphi_{+(-)}$: Différence des arguments de $E_y(Z)$ et $E_x(Z)$ associés à l'onde $C_{+(-)}$.

e_{max}, e_{min} : Ellipticité maximale et minimale de l'E.D.P. durant la propagation.

$\langle e \rangle$: Ellipticité moyenne dans la fibre devant la propagation.

I_{min}, I_{max} : Intensité minimale et maximale d'une vibration elliptique transmise par un analyseur tournant.

β_c : Biréfringence linéaire induite par courbure de la fibre.

K : Taux de courbure = 1/R.

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: Contraintes mécaniques dues à la courbure suivant les troix axes.

E_f : Module d'Young de la fibre.

v_z : Vitesse suivant l'axe des électrons dans un tube laser.

μ_B : Facteur de Landé de la transition 632,8 nm du néon.

h : Constante de Planck.

σ_+, π, σ_- : Transitions atomiques correspondant respectivement à $\Delta m_j = 1, 0, -1$.

B_c : Champ magnétique critique nécessaire à l'obtention de l'effet Zeeman transverse.

S.T.Z.L. : Stabilized Transverse Zeeman Laser : laser stabilisé à effet Zeeman transverse.

S.L.Z.L. : Stabilized Longitudinal Zeeman Laser : laser stabilisé à effet Zeeman longitudinal.

P.L.L. : Phase Look Loop : boucle à verrouillage de phase.

RF_i : Rotateur de Faraday n° i.

SP_i : Cube séparateur de polarisation n° i.

$\vec{k}$: Vecteur d'onde.

$\omega_o/2\pi$: Fréquence d'arrachement d'un électron.

ω_b : Pulsation de Larmor.

ω_p : Pulsation plasma.

μ : Perméabilité magnétique.

ε_o : Constante diélectrique du vide.

L_i : Lame quart-d'onde n° i.

$\parallel$; $\perp$: Orientation parallèle ou perpendiculaire au plan de la figure des lames quart-d'onde.

$(\theta, \vec{u})\vec{v}$: Vecteur déduit de $\vec{v}$ par une rotation positive θ autour de $\vec{u}$.

$S(\theta,\vec{u})$	: Matrice de rotation correspondante.
N	: Matrice simplifiée représentant la fibre dans son référentiel (les rotations autour de l'axe $\vec{z}$ n'ont pas été effectuées).
N_o	: Matrice N lorsque la torsion est nulle.
θ_1	: Matrice élémentaire de Jones définissant la propagation.
θ_2	: Matrice élémentaire de Jones définissant la biréfringence circulaire.
θ_3	: Matrice élémentaire de Jones définissant la biréfringence linéaire.
λ_i	: Valeurs propres de la matrice représentant la fibre.
u_i	: Modes propres de polarisation de la fibre.

TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I - AMPEREMETRE OPTIQUE A EFFET FARADAY	7
I.1 - L'effet Faraday	11
I.1.1 - Définition - Interprétation classique	11
I.1.2 - Rotation du plan de polarisation en fonction du courant électrique	14
I.1.3 - Symétrie du phénomène	15
I.1.4 - L'effet Faraday dans une fibre optique - Polarimétrie	16
I.2 - L'ampèremètre interférométrique	19
I.2.1 - Principe	19
I.2.2 - Différentes méthodes de détection - Détection homodyne	23
I.2.3 - Méthode de détection hétérodyne - Schéma retenu	31
I.2.4 - Mesure du déphasage	34
1.2.5 - Sensibilité théorique	37
I.2.6 - Stabilité de la mesure	42
I.2.7 - Gamme de courants mesurables	45
CHAPITRE II - PROPAGATION GUIDEE	51
II.1 - Les fibres optiques	57
II.1.1 - Conducteur de lumière	57
II.1.2 - Domaines d'application	58
II.1.3 - Différents types de fibres et leurs caractéristiques	58
II.1.4 - Choix du type de fibre pour l'interféromètre	64
II.1.5 - Résistance mécanique des fibres monomodes	64
II.1.6 - Modes de propagation dans une fibre - Biréfringences	65
II.2 - Polarisation de la lumière dans la fibre	68
II.2.1 - Problèmes de la conservation d'un état de polarisation	68
II.2.2 - Evolution de l'état de polarisation dans la fibre	68

Pages

II.3 - Représentation sphérique de Poincaré 70

II.3.1 - Représentation géométrique d'un état de polarisation 70

II.3.2 - Torsion de la fibre 73

II.3.3 - Référentiel du laboratoire et référentiel de la fibre 74

II.3.4 - Ellipticité d'un faisceau lumineux dans la fibre 79

II.4 - Méthode matricielle de Jones 84

II.4.1 - Introduction 84

II.4.2 - Hypothèses de la méthode 84

II.4.3 - Expression et courbes représentatives de l'ellipticité 85

II.4.4 - Evolution de la polarisation durant la propagation 90

II.4.5 - Ellipticité minimale lors de la propagation 92

II.4.6 - Ellipticité moyenne dans la fibre 93

II.5 - Résultats des deux méthodes - Comparaisons 96

II.6 - Biréfringence circulaire induite par torsion 99

II.6.1 - Détermination de la constange d'Ulrich g 99

II.6.2 - Principe de la mesure - Appareillage utilisé 99

II.6.3 - Résultats des mesures 103

II.7 - Conservation de l'état de polarisation dans une fibre torsadée 107

II.7.1 - Ellipticité d'une vibration sortant de la fibre 107

II.7.2 - Principe de la mesure - Appareillage utilisé 107

II.7.3 - Résultats de mesure 110

II.7.4 - Courbes d'ellipticité en fonction de la torsion 115

II.8 - Choix de la fibre pour l'ampèremètre 120

II.8.1 - Caractéristiques des 5 fibres - Choix de la fibre 120

II.8.2 - Evolution de la polarisation dans la fibre choisie 121

II.8.3 - Influence de la courbure - Rayon du touret 125

	Pages
CHAPITRE III - LA SOURCE DE LUMIERE	133
III.1 - Laser Zeeman bifréquence stabilisé	137
III.2 - Rappels sur le laser hélium-néon continu	138
III.2.1 - Les modes émis par le laser	138
III.2.2 - Fonctionnement sur un seul mode	140
III.2.3 - Le phénomène de "hole burning"	142
III.3 - Rappels sur l'effet Zeeman	144
III.3.1 - Effet Zeeman transverse sur un atome de néon à 632,8 nm	144
III.3.2 - Effet Zeeman transverse dans le tube laser	145
III.3.3 - Différence de fréquence entre les deux polarisations	148
III.3.4 - Stabilisation de la raie laser	149
III.3.5 - Expérimentation sur le laser Zeeman	150
III.3.6 - Asservissement - Electronique	153
III.3.7 - Caractéristiques de la source réalisée	156
III.4 - Isolateur de Faraday pour deux polarisations	157
III.4.1 - Nécessité de l'isolateur	157
III.4.2 - Principe de l'isolateur	158
III.4.3 - Les rotateurs de Faraday	159
III.4.4 - Réalisation des rotateurs	164
III.4.5 - Configuration pratique de l'isolateur	166
III.4.6 - Fonctionnement de l'isolateur	166
CHAPITRE IV - MESURES DE COURANT - AMELIORATIONS	171
IV.1 - Mesure de courants	175
IV.1.1 - Description de l'appareillage	175
IV.1.2 - Résultats obtenus	177
IV.2 - Améliorations futures	183
IV.2.1 - Nécessité d'améliorer le capteur	183
IV.2.2 - Etape optique discrète compacte	183
IV.2.3 - Etape optique intégrée	188
CONCLUSION	191

Pages

ANNEXES : 195

I - EFFET FARADAY - THEORIE ELECTROMAGNETIQUE 199

1 - Biréfringence magnétique circulaire 199

2 - Rotation du plan de polarisation 203

3 - Constante de Verdet 204

II - ORIENTATION DES LAMES QUART-D'ONDE 207

III - COORDONNEES DU POINT REPRESENTANT L'E.D.P. SUR LA SPHERE DE POINCARE 213

IV - MATRICE DE JONES REPRESENTANT LA FIBRE 217

V - MODES PROPRES DE POLARISATION 225

VI - ELLIPTICITE APRES PROPAGATION DANS LA FIBRE (JONES) 227

VII - EQUIVALENCE DES DEUX EXPRESSIONS DE L'ELLIPTICITE 231

INTRODUCTION

INTRODUCTION

La puissance électrique délivrée par les centrales EDF atteint des niveaux considérables ce qui conduit à utiliser des lignes de transport à très grandes capacités. Cette situation pose des problèmes nouveaux de mesure, en particulier lors d'anomalies (disjonctions...) dans la distribution.

De même les valeurs admises par les courants de court-circuit sont devenues extrêmement importantes. Un contrôle plus sévère s'impose donc notamment en régimes transitoires.

Les méthodes classiques utilisées pour mesurer le courant électrique s'appuient sur le principe suivant : un transformateur d'intensité (T.I.) délivre un courant (proportionnel à celui transporté par la ligne) analysé par des appareils traditionnels (shunt, ampèremètre...). Ces T.I. haute tension ont une bande passante limitée de par leur construction (phénomène de self-induction), et leur fabrication pose des problèmes d'isolement.

Vers le milieu des années soixante est apparue l'idée d'utiliser l'effet Faraday dans les milieux transparents plongés dans un champ magnétique. L'appareil proposé à l'époque (P. HERON, C. BENOIST et Y. DELAMARRE, 1967) consistait essentiellement en un barreau de Flint lourd, matériau présentant un effet Faraday (voir annexe 1), placé à proximité de la ligne porteuse du courant à mesurer et traversé par un faisceau de lumière polarisée. Un tel matériau placé dans un champ magnétique a la propriété de faire tourner le plan de polarisation d'une onde le traversant(*). La constante de proportionnalité entre la rotation de la polarisation de l'onde et le champ magnétique extérieur appliqué par unité de longueur du matériau magnéto-optique est appelée constante de Verdet. La mesure de cette rotation permettait de connaître le courant électrique parcourant la ligne. Une telle méthode de type polarimétrique est d'une mise en oeuvre relativement aisée et permet l'isolation de l'appareil ; elle présente néanmoins les inconvénients d'être peu sensible et peu reproductible.

(*) La rotation dans le Flint est d'environ 13 degrés lorsqu'un champ magnétique de 1T est appliqué sur 1 cm du matériau.

L'apparition des fibres optiques au début des années soixante-dix laissait entrevoir la possibilité de pallier ces inconvénients : les verres et la silice constituant les fibres optiques possèdent des constantes de Verdet ($4{,}5.10^{-6}$ rd/A) environ dix fois plus faibles que le Flint, mais par contre il est possible d'augmenter considérablement la longueur d'interaction lumière-champ magnétique et accroître en conséquence la sensibilité de la mesure. Plusieurs laboratoires ont entrepris des recherches sur la mise au point de l'ampèremètre à fibre optique, la plupart d'entre eux utilisent la technique polarimétrique (SMITH, 1978).

La grande sensibilité aux phénomènes perturbateurs (variation de la température, de la pression...) demeure l'inconvénient majeur de ce type d'appareillage. D'autre part la faible valeur du déphasage à mesurer ($4{,}5.10^{-6}$ rd/A soit 0,26 degré pour 1 kA et 1 mètre de fibre) demande la mise au point d'une technique de mesure appropriée.

Une analyse plus approfondie de la nature de l'effet Faraday fait apparaître deux caractéristiques essentielles liées à l'interaction d'un champ magnétique avec une onde électromagnétique colinéaire aux lignes de champ : d'une part sa non-réciprocité vis-à-vis du sens de propagation de l'onde et d'autre part le caractère circulaire de la biréfringence induite dans le matériau par le champ magnétique. Le montage optique qui tire pleinement avantage de ces deux caractéristiques est un interféromètre en anneau, du type Sagnac (1913) utilisé par Michelson pour mettre en évidence la rotation du référentiel terrestre en 1923 . Cet interféromètre n'est sensible qu'aux phénomènes de nature non-réciproque ; il permet de compenser totalement tous ceux de nature réciproque (un tel schéma optique est déjà largement mis en oeuvre dans les gyroscopes laser avec ou sans fibre optique). La boucle interférométrique étant constituée d'une fibre optique unimodale enroulée un grand nombre de fois autour d'un conducteur électrique, le parcours lumineux est fermé. Il résulte qu'un tel dispositif est sensible uniquement aux lignes de courant traversant la boucle (théorème d'Ampère).

Le sujet de cette thèse est l'étude et la réalisation d'un ampèremètre interférométrique à fibre optique pouvant mesurer des courants dans une gamme allant de la fraction d'Ampère à plusieurs kilo-Ampères.

Nous avons divisé ce mémoire en quatre parties.

L'objet de la première est de détailler le fonctionnement d'un tel montage interférométrique appliqué à la détection de l'effet Faraday. On analysera le principe de la technique utilisée, ses performances et limitations.

La deuxième partie du mémoire consiste à analyser l'aspect lié à la conservation de l'état de polarisation des ondes lors de leur propagation dans une fibre unimodale à biréfringence intrinsèque non nulle. La maîtrise des paramètres de propagation guidée dans les fibres optiques est indispensable au bon fonctionnement de l'interféromètre. On fait appel à la représentation sphérique de Poincaré pour obtenir une figure géométrique, aisément compréhensible, des phénomènes physiques complexes qui ont lieu dans les fibres réelles. Le calcul matriciel de Jones appliqué à ces phénomènes permet alors de quantifier l'influence des paramètres physiques tels que les biréfringences linéaires et circulaires, intrinsèques et induites.

La troisième partie intitulée "La source de lumière" est consacrée à l'étude théorique et à la réalisation d'une source laser d'un type nouveau : le laser bifréquence à effet Zeeman transverse, ainsi que de son isolateur optique. Ce laser et son isolateur composent la source lumineuse de notre interféromètre.

La dernière partie "Mesures de courant - Améliorations" comporte les résultats expérimentaux obtenus avec l'appareil, une analyse de ses possibilités et de ses limitations en comparaison avec les caractéristiques escomptées. Cette partie se termine par quelques suggestions d'améliorations possibles de l'appareil.

REFERENCES DE L'INTRODUCTION

P. HERON, C. BENOIST et Y. DELAMARRE
"Mesure des courants par un ampèremètre à effet Faraday".
Revue Générale d'Electricité, Tome 76, n° 7-8, 1045-1054 (1967).

G. SAGNAC
Compte rendu de l'Académie des Sciences 157, 708, 140 (1913).

A.M. SMITH
"Polarization and magneto-optic properties of single-mode optical fiber"
Appl.Opt., Vol 7 n°1, 52-56 (1978).

CHAPITRE PREMIER

AMPEREMETRE OPTIQUE A EFFET FARADAY

SOMMAIRE

I.1 - L'EFFET FARADAY

I.1.1 - Définition - Interprétation classique

I.1.2 - La rotation du plan de polarisation en fonction du courant électrique

I.1.3 - Symétrie du phénomène

I.1.4 - L'effet Faraday dans un fibre optique - polarimétrie

I.2 - L'AMPEREMETRE INTERFEROMETRIQUE

I.2.1 - Principe

I.2.2 - Différentes méthodes de détection

I.2.2.1 - Détection homodyne avec modulation de phase

I.2.2.2 - Détection homodyne avec méthode de zéro

I.2.3 - Méthode de détection hétérodyne - schéma retenu

I.2.4 - Mesure du déphasage

I.2.5 - Sensibilité théorique

I.2.5.1 - Puissance de chaque polarisation de sortie

I.2.5.2 - Longueur optimale de la fibre

I.2.6 - Stabilité de la mesure

I.2.7 - Gamme de courants mesurables

REFERENCES

I.1 - L'EFFET FARADAY

I.1.1 - Définition - Interprétation classique

Ce phénomène découvert au siècle dernier (FARADAY, 1845-1846) a été étudié par de nombreux physiciens. En particulier Verdet (1854 à 1863) a énoncé qu'un milieu à "effet magnéto-optique" ou effet Faraday possède la particularité suivante :

On observe la rotation d'angle θ du plan de polarisation d'une onde lumineuse se propageant dans le milieu lorsqu'un champ magnétique $\vec{H}$ est appliqué parallèlement à la direction de propagation de la lumière :

$$\theta = V_e \vec{H}.\vec{L}$$

où :

L est la longueur du trajet optique et

V_e est la constante de proportionnalité (*) (de Verdet) caractérisant le milieu.

Cette rotation est la conséquence de la biréfringence magnétique circulaire induite par le champ magnétique. Examinons ce phénomène de biréfringence magnétique.

(*) La loi empirique proposée par Verdet indique que la rotation du plan de polarisation est propotionnelle au champ magnétique et à la longueur d'intéraction par l'intermédiaire de la constante V_e. Un calcul reporté dans la troisième partie de l'annexe I montre que cette constante est en réalité une "fausse constante" proportionnelle à :

$$\omega^2 / [\omega_o^2 - \omega^2]^2$$

où ω représente la pulsation de l'onde lumineuse.

Les bandes d'absorption $\omega \simeq \omega_o$ sont situées dans l'ultraviolet ; par suite en lumière visible la constante de Verdet sera une fonction en $1/\lambda^2$.

En mécanique classique, pour expliquer les propriétés optiques des diélectriques, on admet que les électrons du milieu agissent sur la propagation de l'onde en ajoutant leurs champs à celui de l'onde. Lors de l'établissement du champ d'induction le mouvement d'un électron décrivant une orbite fermée est perturbé de la façon suivante : l'électron effectue dans le plan de son orbite une rotation autour du champ magnétique. Il y a un mouvement de précision de Larmor (figure 1).

Si on projète le mouvement de cet électron sur un plan perpendiculaire au champ magnétique, ce mouvement peut être décomposé en deux vibrations circulaires tournant à des vitesses différentes (elles étaient égales en l'absence du champ magnétique).

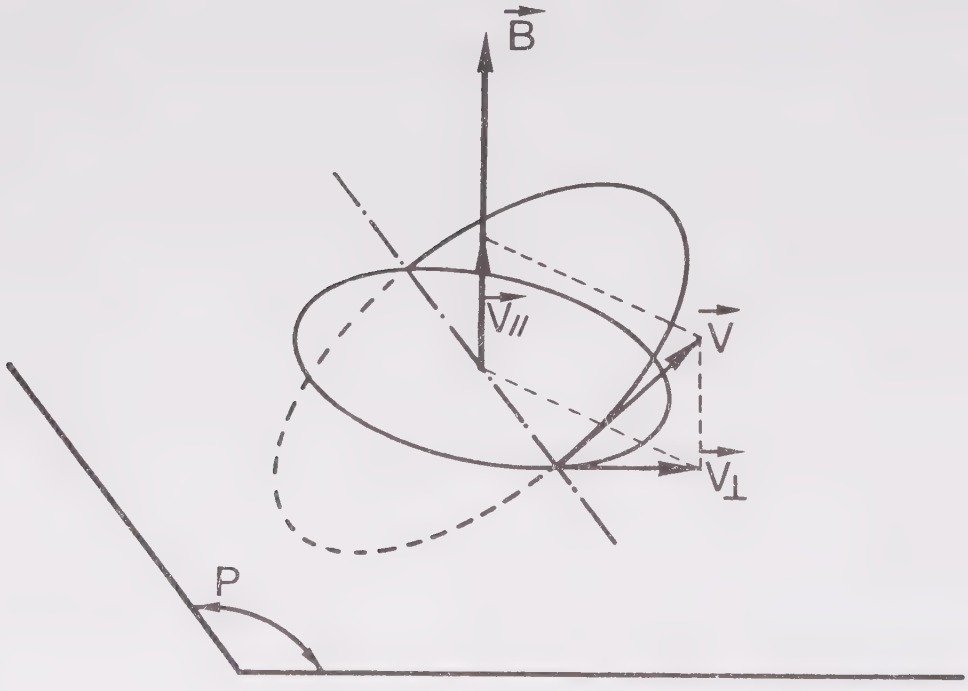


Figure 1 : Mouvement d'un électron en présence d'un champ magnétique.

En l'absence de champ magnétique la résonance entre la pulsation ω_o des électrons et celle de l'onde donne lieu au phénomène bien connu d'absorption. La courbe représentative de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde est centrée en λ_o (figure 2).

En présence du champ magnétique, les vibrations circulaires gauches entrent en résonance pour une pulsation ω_+ et les vibrations droites pour une pulsation ω_-. Par suite la bande unique d'absorption se dédouble en deux bandes droite et gauche. A chacune de ces deux bandes, on associe un indice de réfraction différents appelé n_+ et n_- respectivement.

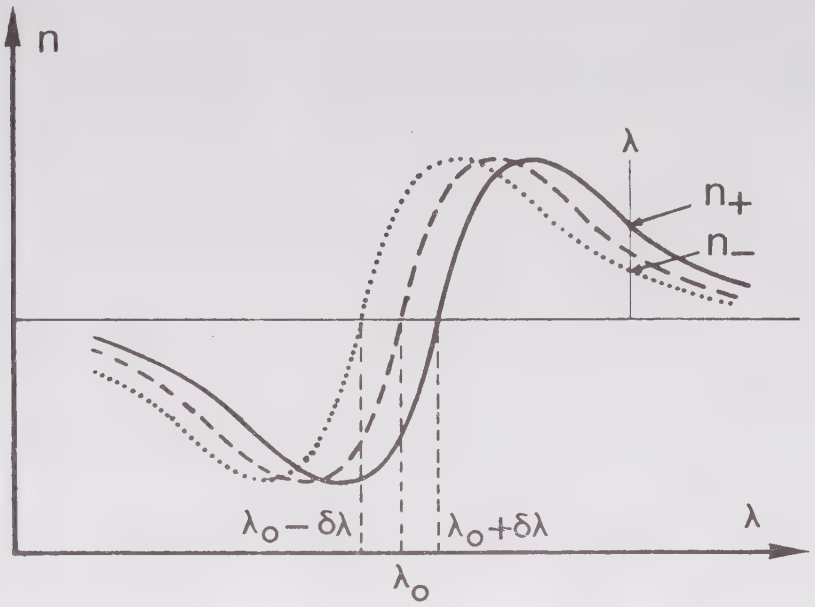


Figure 2 : Courbe des indices en fonction de la longueur d'onde.

Un calcul basé sur les équations de Maxwell (première partie de l'annexe I) montre que Δn, l'écart entre les deux indices n_+ et n_- est proportionnel au champ magnétique.

L'onde circulaire gauche se propage donc avec une constante de propagation $2\pi n_+/\lambda$ différente de celle de l'onde circulaire droite $2\pi n_-/\lambda$. Après un parcours de longueur L les deux ondes sont donc déphasées de $(2\pi/\lambda)(n_+ - n_-).L$ ce déphasage par unité de longueur est appelé la biréfringence magnétique circulaire.

I.1.2 - La rotation du plan de polarisation en fonction du courant électrique

La relation proposée par Verdet indique que la rotation du plan de polarisation de l'onde est proportionnelle au champ magnétique. L'expression qui relie le courant électrique et le champ magnétique est de la forme :

$$\vec{H} = \int_{\ell} d\vec{H} = \frac{\dot{I}}{4\pi} \int_{\ell} \frac{\overrightarrow{d\ell \wedge r}}{r^3}$$

Cette équation relie la valeur du champ magnétique créé par un élément conducteur de longueur $d\ell$ parcouru par un courant $\dot{I}$, $\overrightarrow{d\ell}$ est le vecteur de l'élément conducteur orienté dans le sens du courant et $\vec{r}$ le rayon vecteur reliant cet élément de conducteur au point considéré du champ.

La valeur du champ magnétique à une distance R du conducteur est :

$$|\vec{H}| = \frac{\dot{I}}{2\pi R}$$

La rotation du plan de polarisation de l'onde peut donc s'écrire :

$$\theta = V_e . \vec{L} . \vec{H} = V_e . L \left(\frac{I}{2\pi R} \right)$$

$$\Rightarrow \theta = V_e . L . \frac{I}{2\pi R}$$

Ceci dans le cas où la direction de propagation de l'onde se fait parallèlement au champ magnétique ($\vec{L} . \vec{H} = L.H$).

Ainsi la mesure de la rotation du plan de polarisation d'une onde est proportionnelle à la valeur du courant électrique.

I.1.3 - Symétrie du phénomène

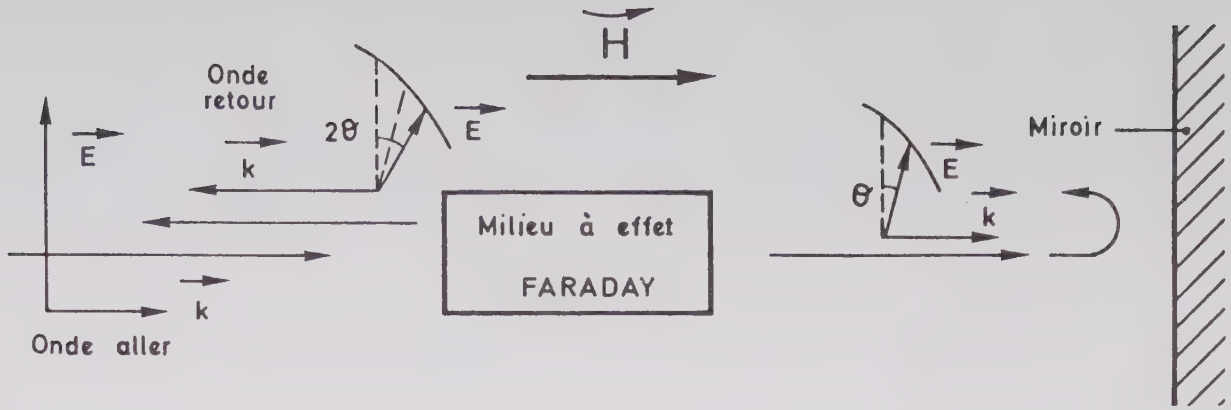


Figure 3 : Non-réciprocité de l'effet Faraday.

Une des caractéristiques les plus remarquables de l'effet magnéto-optique (Faraday) est sa non-réciprocité par rapport au sens de propagation de la lumière. En effet, lors de la traversée du matériau magnéto-optique, le plan de polarisation d'une onde linéaire tourne d'un angle θ, on constate expérimentalement que, si l'onde retraverse le milieu une seconde fois en sens inverse, la rotation du plan de polarisation est maintenant doublée : 2θ par rapport à la direction du début (figure 3).

La non-réciprocité de l'effet Faraday est liée au fait que le milieu soumis au champ magnétique possède la symétrie du champ, c'est à dire la même que la symétrie d'une spire circulaire créant ce champ. Cette spire est caractérisée par l'existance d'un plan de symétrie perpendiculaire au vecteur champ : aux deux sens de propagation symétriques par rapport à ce plan doivent correspondre des rotations symétriques par rapport à lui, c'est à dire ayant même sens dans le plan de l'onde.

---

note : Le phénomène de polarisation rotatoire a lieu dans certains milieux dits "optiquement actifs". Les cristaux anisotropes tels que le quartz présentent ce phénomène (Arago 1811) qui, contrairement à l'effet Faraday, est de type réciproque : c'est la différence essentielle entre la polarisation rotatoire naturelle et la polarisation rotatoire magnétique. Certaines substances isotropes sont également optiquement actives. Biot en 1815 à découvert que l'essence de térébentine produit ce phénomène ; il a été observé depuis sur un grand nombre de substances organiques, soit à l'état liquide pur, comme le limonène ou le pinène, soit à l'état de vapeur, soit le plus souvent à l'état de dissolution, comme le sucre ou l'acide tartrique dissout dans l'eau.

I.1.4 - L'effet Faraday dans une fibre optique - Polarimétrie

Le milieu à effet Faraday considéré précédemment peut être une fibre optique entourant plusieurs fois un conducteur parcouru par un courant $\vec{I}$.

Considérons un des N tours de la fibre et calculons la rotation élémentaire θ_i créée par effet Faraday du plan de polarisation de l'onde. L'expression de cette rotation (loi de Verdet) doit s'écrire sous forme d'une circulation :

$$\theta_i = V_e \int_{\text{le long de la boucle de fibre optique.}} H.L$$

Le théorème d'Ampère nous assure que la circulation du vecteur intensité de champ magnétique d'un courant électrique continu le long d'un circuit fermé est proportionnelle à la somme algébrique I des courants embrassés par ce circuit.

ainsi : $\theta_i = V_e I$

La fibre entourant N fois le conducteur, nous obtenons :

$$\theta = N \theta_i = N V_e I$$

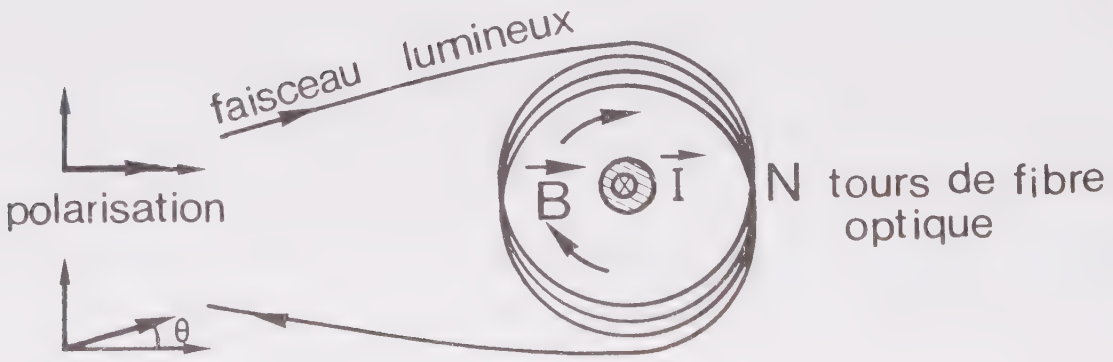


Figure 4 : Le champ magnétique est colinéaire au faisceau se propageant dans la fibre.

Le montage optique le plus simple pour la mesure du courant est de type polarimétrique : le principe consiste à analyser la polarisation de la lumière issue de la fibre, plongée dans le champ magnétique, grâce à un système optique séparateur de polarisation (figure 5).

Les signaux I_1 et I_2, issus de deux photodétecteurs, sont amplifiés différentiellement pour fournir une quantité S qui caractérise la rotation θ du plan de polarisation par effet Faraday :

$$S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \sin 2\theta$$

avec :

$$\theta = V_e . \int H.L = N.V_e.I$$

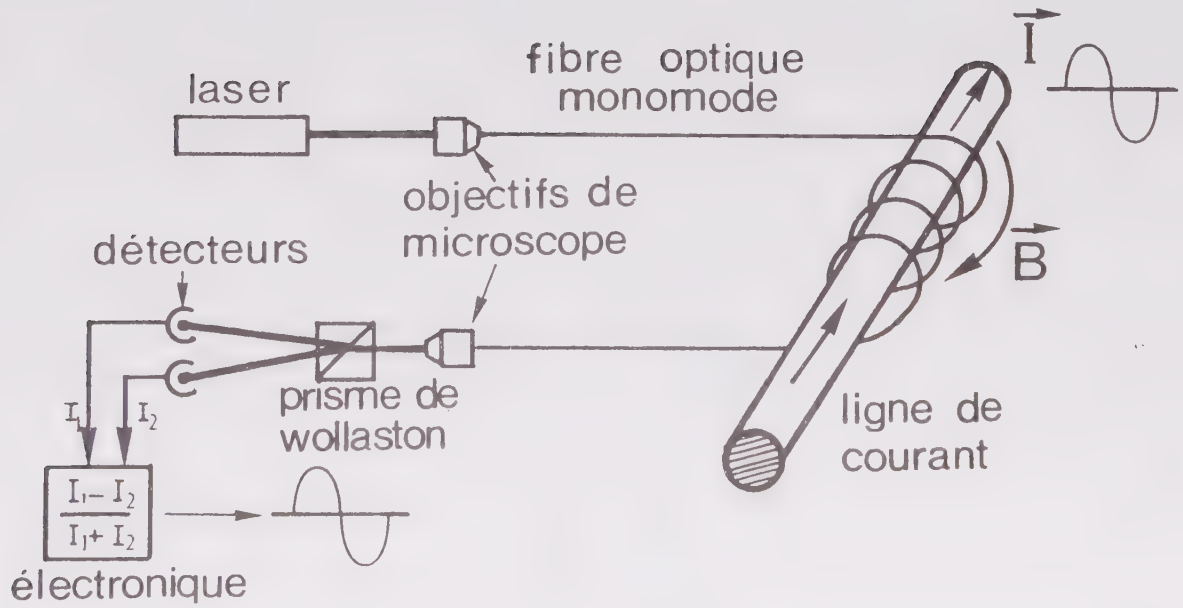


Figure 5 : Principe de l'ampèremètre polarimétrique.

Messieurs A.M. SMITH (1978) et A.J. ROGERS (1979), des laboratoires du CEGB (GRANDE-BRETAGNE) et Monsieur J.LIZET (1980) du LETI (GRENOBLE) ont démontré la faisabilité d'une telle mesure des courants. Cependant, si cette technique d'analyse par polarimétrie donne satisfaction lorsque le milieu soumis à l'effet Faraday est un cristal de quelques centimètres, (HERON, BENOIST et DELAMARRE, 1967), les imperfections intrinsèques des fibres unimodales limitent fortement la sensibilité de mesure des courants. Même si certains artifices comme la torsion de la fibre, permettent de surmonter les défauts inhérents à ce milieu, l'importante variabilité de la biréfringence vis-à-vis des perturbations extérieures telles que la température et les vibrations, provoque une dérive, diminuant nettement les performances attendues d'un tel système.

La prise en compte de la biréfringence linéaire intrinsèque totale $\Delta\beta.L$ de la fibre (voir paragraphe II.1.6) affecte la valeur de S par l'intermédiaire d'un facteur d'atténuation, en $(\sin\omega)/\omega$ et tel que :

$$S' = 2\theta \frac{\sin 2\Omega}{2\Omega}$$

avec :

$$\Omega = \sqrt{\theta^2 + (\Delta\beta.L/2)^2} \quad \text{et} \quad \theta \text{ petit}$$

La grandeur du signal délivré par le système de mesure n'est plus proportionnelle à la longueur L de la fibre optique puisque, dans le cas où :

$$\Delta\beta.L/2 >> \theta$$

$$S' = (2 V_e H \sin(\Delta\beta.L)) / (\Delta\beta.L)$$

Il y a donc une incertitude sur la valeur du facteur d'échelle. Cependant, S' reste proportionnelle au champ magnétique donc au courant électrique.

I.2 - L'AMPEREMETRE INTERFEROMETRIQUE

I.2.1 - Principe

La caractéristique la plus remarquable de l'effet Faraday, comme nous l'avons mentionné précédemment réside dans son caractère non-réciproque. Celui-ci et l'effet Sagnac (rotation absolue) sont les deux seuls effets non-réciproques connus à ce jour. Tous les autres effets physiques (température, pression, contraintes, ...) sont de nature réciproque. Il est avantageux de réaliser un montage optique qui puisse mettre en évidence l'effet Faraday de nature non réciproque et éliminer les phénomènes perturbateurs réciproques génants dans le montage polarimétrique.

Nous proposons de réaliser ce montage à l'aide d'une interféromètre en anneau de type Sagnac, originellement mis au point pour la mesure des vitesses de rotation absolus (G. SAGNAC, 1913).

Pour mieux comprendre le fonctionnement d'un tel interféromètre prenons le schéma simplifié de la figure 6, (S.C.LIN and T.GIALLORENZI 1979).

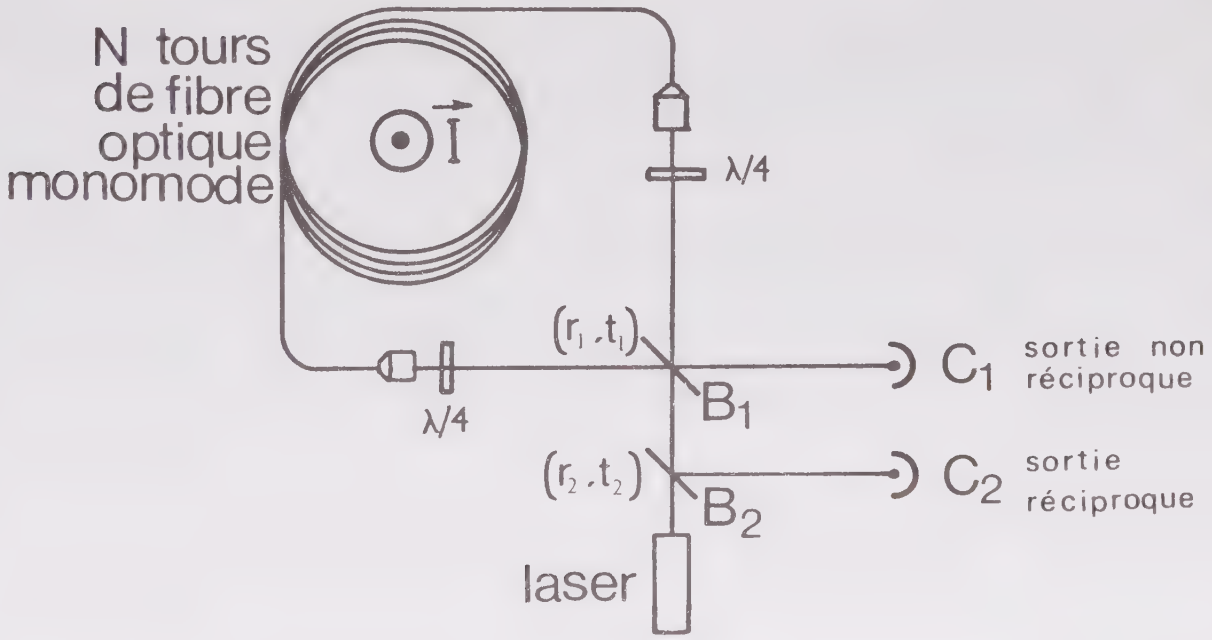


Figure 6 : Schéma optique simplifié de l'interféromètre de Sagnac pour la détection de l'effet Faraday.

---

note : Notons que la sortie C_1 est non-réciproque : les ondes formant le système d'interférence en C_1 ont subi des trajets différents (2 reflexions sur la lame B_1 pour la première onde, 2 transmissions sur B_1 pour la deuxième). La sortie C_2 par contre est réciproque : les deux ondes subissent toutes les deux 1 réflexion et 1 transmission des lames B_1 et B_2.
Il importe donc que nous utilisions cette sortie de l'interféromètre pour conserver la réciprocité de notre montage.

La source lumineuse utilisée est un laser hélium-néon continu émettant un faisceau lumineux polarisé linéairement. Ce faisceau traverse d'abord une lame B_2 puis une lame séparatrice B_1 qui réfléchit et transmet la moitié de la puissance lumineuse vers chacune des lames quart-d'onde notées "$\lambda/4$". Celles-ci sont orientées de façon à rendre circulaire l'onde incidente polarisée linéairement (voir annexe II pour l'orientation des lames quart-d'onde). Deux objectifs de microscope focalisent les faisceaux lumineux sur les extrémités de la fibre qui entoure N fois le conducteur. A l'intérieur de la fibre les deux ondes lumineuses de même polarisation circulaire (C_+ et C_+ ou C_- et C_-) se propagent en sens contraire.

Les variations temporelles des perturbations extérieures (désalignement mécanique(*), température, pression ..) ont des durées très supérieures au temps de propagation de la lumière dans la boucle ($\sim$ 5 ns par mètre de fibre), elles affectent de la même façon chacune des deux ondes et n'entrainent donc pas de déphasage relatif entre elles.

La moitié de la puissance lumineuse des deux ondes sort de l'interféromètre par la lame semi-réfléchissante B_1. Ayant toutes les deux un état de polarisation linéaire, elles forment un système d'interférence en C_1 (de même en C_2).

Lorsqu'un courant croissant traverse le conducteur les anneaux d'interférence défilent, mettant en évidence la différence de phase entre les deux ondes contrapropagatives. Cette différence de phase provient de l'écart Δn entre l'indice de réfraction associé à chacune des deux ondes (effet Faraday) et vaut, (voir paragraphe I.2.4) :

$$\Delta\phi_{Far} = (2N\,V_e)I$$

(*) Expérimentalement les contraires mécaniques sont les plus pertubatrices, cependant avec un minimum de précautions (en protégeant la fibre dans une gaine par exemple), on parvient à éliminer leurs effets.

L'expression entre parenthèses représente la sensibilité de l'appareil, celle-ci croît avec le nombre de tours de fibre et avec la constante de Verdet V_e elle-même proportionnelle à $1/\lambda^2$ pour la silice dans le spectre visible (annexe 1). Ainsi la sensibilité de l'appareil augmente avec la fréquence des ondes lumineuses.

Calculons l'ordre de grandeur de la variation de phase à détecter. V_e la constante de Verdet vaut sensiblement $4.5.10^{-6}$ rd/A à 633 nm pour la silice, (A.M. SMITH, 1978). Prenons 10 mètres de fibre enroulés sur un rayon de 10 centimètres, le nombre de tours est alors :

$$N = \frac{10}{2\pi.10^{-1}} \simeq 16 \text{ tours}$$

et le déphasage vaut :

$$\Delta\phi_{Far} = (2 \times 16 \times 4.5.10^{-6})I \quad \text{(rad)}$$

$$= 8,3.10^{-3} \quad \text{(degré de phase/A)}$$

Le courant maximum que nous pouvons fournir avec notre alimentation est 2 000 Ampères, ce qui correspond pour cet exemple à une mesure de 16,5 degrés.

Remarquons que lorsque l'interféromètre est correctement réglé (en l'absence d'effets non-réciproques dans la boucle) toute la puissance lumineuse sortant de l'interféromètre retourne vers la lame B_2 et on observe aucun signal en C_1 où nous obtenons des anneaux à centre noir (en C_2 ils sont à centres brillants).

Ceci est dû d'une part au trajet suivi par les deux ondes et d'autre part aux valeurs des coefficients de transmission t et de réflexion r des lames séparatrices. Ces dernières sont considérées comme parfaites (non absorbantes) posons :

$$r = \rho \quad \text{et} \quad t = \rho \exp(i\pi/2) = i\rho$$

Notons r_1 et t_1 les coefficients de réflexion et de transmission de la lame n° 1, de même r_2 et t_2 pour la lame n° 2. Calculons le champ électrique E_1 de l'onde recueillie en B_1 et E_2 celui de l'onde en B_2.

$$\begin{cases} E_1 \propto \text{Ré}\ \{\ t_2 t_1^2\ e^{i\psi_+} + t_2 r_1^2\ e^{i\psi_-}\ \} \\ E_2 \propto \text{Ré}\ \{\ t_1 t_2\ r_1 r_2\ e^{i\psi_+} + t_1 r_2 t_2 r_1\ e^{i\psi_-}\ \} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_1 \propto \text{Ré}\ \{\ t_2 r_1^2 (\cos\psi_- - \cos\psi_+) + i\ t_2 r_1^2\ (-\sin\psi_+ + \sin\psi_-)\} \\ E_2 \propto \text{Ré}\ \{\ -r_1^2 r_2^2 (\cos\psi_+ + \cos\psi_-) - i\ r_1^2 r_2^2 (\sin\psi_+ + \sin\psi_-)\ \} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |E_1| \propto \sin\dfrac{\psi_- - \psi_+}{2} = \sin\psi_F \\ |E_2| \propto \cos\dfrac{\psi_- - \psi_+}{2} = \cos\psi_F \end{cases} \qquad \text{avec } \psi_F = \psi_+ = -\psi_-$$

En B_1 l'intensité de l'onde est donc proportionnelle à $\sin^2\psi_F$ et en B_2 à $\cos^2\psi_F$. En l'absence de champ magnétique ($\psi_+ = \psi_- = 0$), le terme $\sin\psi_F$ vaut 0, I_1 l'intensité recueillie en B_1 est donc nulle, par contre I_2 est maximale. La figure 7 représente les intensités I_1 et I_2 en fonction du déphasage Faraday.

---

note :

Soient deux ondes cohérentes et en phase A_1 et A_2 incidentes normalement sur deux faces adjacentes d'un cube séparateur, r et t les coefficients de réflexion et de transmission tels que $|r|^2 + |t|^2 = R + T$ et $R + T + A = 1$, avec A la coefficient d'absorption. La loi de conservation de l'énergie implique l'égalité des intensités entrantes et sortantes :

$$|A_1|^2 + |A_2|^2 = |t A_1 + r A_2|^2 + |r A_1 + t A_2|^2 + A(|A_1|^2 + |A_2|^2)$$

Posons $\Delta\phi$ la différence de phase entre les coefficients r et t, nous obtenons :

$$|A_1|^2 + |A_2|^2 = (R + T)(|A_1|^2 + |A_2|^2) + 4\ |r||t||A_1||A_2|\ \cos\Delta\phi\ .$$

Cette relation doit être valable quels que soient $|A_1|$ et $|A_2|$ ce qui implique :

$$\cos\Delta\phi = A\ /\ 4\sqrt{RT}$$

Ainsi le déphasage entre r et t atteind $\pi/2$ lorsque le cube est non absorbant ($A = 0$). Dans ce cas, nous pouvons écrire : $r = \rho$ et $t = \rho\ \exp(i\,\pi/2) = i\rho$.

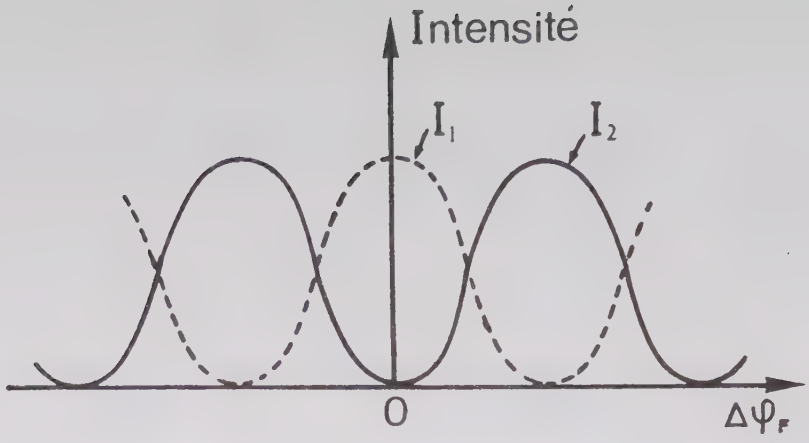


Figure 7 : Intensités sortant de l'interféromètre en fonction du déphasage Faraday.

I.2.2 - Différentes méthodes de détection
(S.C. LIN et T.G. GIALIORENZI, 1979)

La faiblesse du déphasage à mesurer (quelques dizaines de degrés) nous oblige à raffiner la technique de mesure. Les difficultés inhérentes aux mesures de variations de très faibles intensités lumineuses rendent mieux adaptées les techniques interférométriques faisant appel à des modulations de phase, de fréquence, etc...

Les deux types de détection envisageables pour l'interféromètre sont la détection homodyne et la détection hétérodyne, chacune d'elles pouvant se présenter sous de nombreuses variantes (voir par exemple H. ARDITTY, Y. BOURBIN et Al., 1981). Nous nous proposons dans ce paragraphe d'étudier quelques interféromètres utilisant une détection homodyne.

I.2.2.1 - Détection homodyne avec modulation de phase
H. LEFEVRE (1982)

La figure 8 représente un interféromètre utilisant ce type de détection.

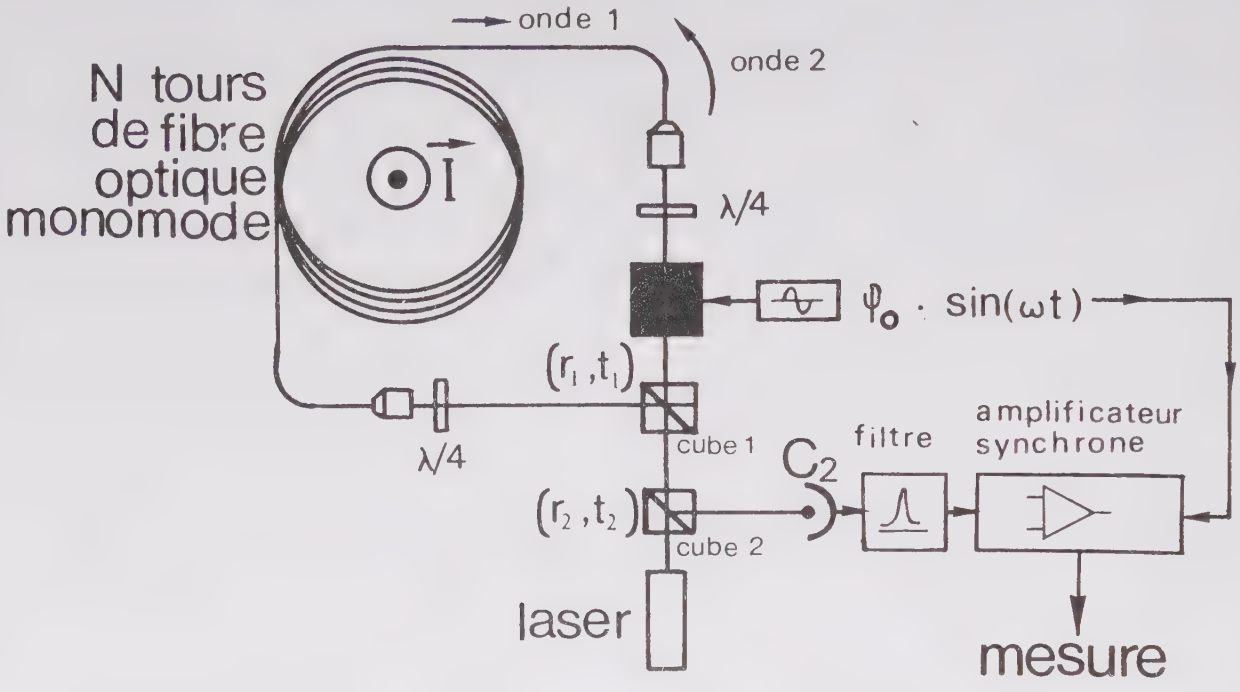


Figure 8 : Exemple de détection homodyne.

Cet interféromètre possède en plus de celui présenté sur la figure 6 un élément optique inséré dans l'interféromètre permettant de moduler la phase des ondes le traversant.

Cette phase induite est de la forme :

$$\varphi_o \sin(\omega t)$$

Nous recueillons les ondes en C_2, c'est à dire sur la sortie réciproque. Le courant électrique délivré par le détecteur est de la forme, (§ I.2.1.) :

$$I_{C_2} = I_o \cos^2 \psi_F \propto 1 + \cos 2\psi_F$$

Notons que la sensibilité de l'appareil est faible autour du zéro (courant nul) puisque la dérivé $dI/d\psi_F$ est nulle pour $\psi_F = 0$. Il est nécessaire d'augmenter la sensibilité en plaçant la mesure sur une pente non nulle : $dI/d\psi_F \neq 0$.

Nous nous proposons de réaliser ce biais à l'aide d'un modulateur de phase placé dans la boucle interférométrique, celui-ci à la propriété de moduler la phase des ondes le traversant indépendamment du sens de propagation.

En l'absence du modulateur, les deux ondes contrapropagatives sont en phase (avec un courant nul). Lorsque le modulateur est en fonctionnement les phases des ondes recueillies en C_2 ne sont plus égales :

$$\begin{cases} \text{onde 1} & \psi_1(t) = \psi_{Prop} + \psi_o \sin \omega(t - \theta_1) \\ \text{onde 2} & \psi_2(t) = \psi_{Prop} + \psi_o \sin \omega(t - \theta_2) \end{cases}$$

θ_1 et θ_2 sont les temps de propagation de groupe entre le modulateur de phase et le cube séparateur n° 1. Les deux temps sont différents puisque la longueur entre le modulateur et le cube n'est pas la même pour les deux ondes. La différence de phase détectée est donc de la forme :

$$\Delta\psi(t) = \psi_o \left[\sin \omega(t - \theta_1) - \sin \omega(t - \theta_2) \right]$$

$$= 2\psi_o \cos \left[\omega \left(t - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \right] . \sin \left[\omega . \Delta\theta/2 \right]$$

avec $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$.

Le courant I_{C_2} délivré par le détecteur devient :

$$I_{C_2} \propto 1 + \cos \left[2\psi_F + 2\psi_o \cos \left[\omega \left(t - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \right] . \sin \left[\omega . \Delta\theta/2 \right] \right]$$

Après développement en fonctions de Bessel, ce courant vaut :

$$I_{C_2} \propto 1 + \cos 2\psi_F \left[J_o(\phi) + 2 J_2(\phi) \cos 2\omega t' + 2 J_4(\phi) \cos 4\omega t' + \ldots \right]$$
$$+ \sin 2\psi_F \left[2 J_1(\phi) \sin \omega t' + 2 J_3(\phi) \sin 3\omega t' + \ldots \right]$$

avec $\phi = 2\psi_o \sin(\omega \Delta\theta/2)$ et $t' = t - (\theta_1 + \theta_2)/2$.

La composante à la première harmonique s'écrit :

$$I^{(1)}_{C_2}(t) \propto \left[2 J_1 [2\psi_o \sin(\omega.\Delta\theta/2)] . \sin \omega\left(t - (\theta_1 + \theta_2)/2\right) \right] \sin 2\psi_F$$

Ce terme est proportionnel à $\sin 2\psi_F$, sa sensibilité est donc grande pour de faibles courants. Un amplificateur synchrone associé à un filtre passe bande centré en ω permet "d'extraire" cette composante du reste du signal I_{C_2}.

La sensibilité de la mesure est d'autant meilleure que le terme $J_1(\phi)$ est grand. La fonction $J_1(\phi)$ atteind sont maximum 0,57 pour $\phi \simeq 1,9$ rd.

Nous devons donc réaliser la condition :

$$2\psi_o \sin(\omega \Delta\theta/2) = 1,9.$$

Si le modulateur de phase est proche du cube séparateur, nous pouvons considérer $\Delta\theta$ comme pratiquement égal au temps de propagation d'une des ondes dans la boucle :

$$\Delta\theta \simeq nL/c.$$

La condition devient : $\psi_o \simeq 0,95 / \sin(2,5.10^{-9}\omega L)$.

La fréquence de modulation $\omega/2\pi$ doit réaliser la condition $\sin(2,5.10^{-9}\omega L) = 1$ pour rendre optimum la sensibilité. Les valeurs de ω et de ψ_o seront donc :

$$\omega = 4.10^8/L \quad \text{et} \quad \psi_o = 0,93 \text{ rd.}$$

Dans ce cas le facteur d'échelle de l'appareil sera maximum :

$$I^{(1)}_{C_2}(t) \propto 1,14 \sin(2\psi_{Far})$$

I.2.2.2 - Détection homodyne avec méthode de zéro
(J.L. DAVID et S. EZEKIEL, 1978)

La deuxième méthode de détection que nous analysons (figure 9) permet la réalisation d'une modulation de phase à partir d'une modulation de fréquence, ainsi qu'une méthode de zéro par contre-réaction de fréquence.

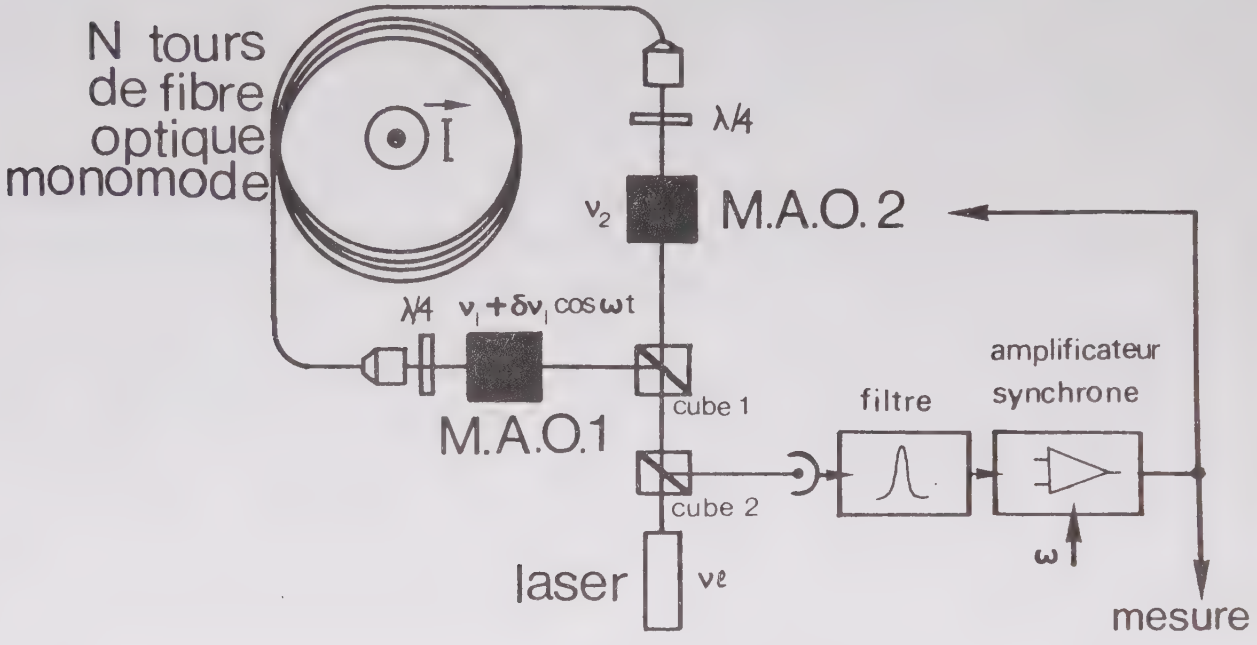


Figure 9 : Détection homodyne utilisant des modulateurs acousto-optiques pour réaliser une modulation de phase à partir d'un modulation de fréquence.

Les deux ondes qui se propagent dans l'interféromètre ont des fréquences différentes : $\nu_\ell+\nu_1$ pour l'une et $\nu_\ell+\nu_2$ pour l'autre, cependant à la sortie de l'interféromètre les deux ondes ont traversé les deux modulateurs acousto-optiques : leurs fréquences sont identiques $(\nu_\ell+\nu_1+\nu_2)$.

$$\text{onde 1} \qquad a_1 \cos\left[2\pi(\nu_1+\nu_2+\nu_\ell)\,t-\Psi_1\right]$$

$$\text{onde 2} \qquad a_2 \cos\left[2\pi(\nu_1+\nu_2+\nu_\ell)\,t-\Psi_2\right]$$

où $\Psi_1 = \Psi_{Far} + 2\pi nL(\nu_1+\nu_\ell)/c$ et $\Psi_2 = -\Psi_{Far} + 2\pi nL(\nu_2+\nu_\ell)/c$.

Les phases Ψ_1 et Ψ_2 contiennent chacune le déphasage dû à l'effet Faraday et celui dû à la propagation dans la fibre.

Les vibrations étant cohérentes, l'amplitude résultante est la somme des amplitudes, l'intensité résultante devient :

$$I_S = (a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2)^2 + (a_1 \sin \psi_1 + a_2 \sin \psi_2)^2$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\psi_2 - \psi_1)$$

$$= i_1 + i_2 + 2\sqrt{i_1 i_2} \cos \theta$$

avec $\theta = 2\psi_{Far} + 2\pi nL(\nu_1 - \nu_2)/c$.

Le premier terme de l'expression de θ est le double du déphasage Faraday et le deuxième terme l'écart de phase dû à la propagation de deux ondes de fréquences différentes.

Le modulateur acousto-optique n° 1 décale la fréquence laser de ν_1. Si nous superposons à ce décalage une modulation $\delta\nu_1$, le décalage total produit par ce modulateur sera :

$$\nu_1' = \nu_1 + \Delta\nu_1 \cos\omega t$$

ω est la pulsation de modulation.

On obtient ainsi pour θ :

$$\theta = 2\varphi_{Far} + 2\pi nL(\nu_1 - \nu_2)/c + \frac{2\pi nL}{c} \cdot \Delta\nu_1 \cos\omega t$$

$$= 2\varphi_{Far} + \varphi_o + \Delta\varphi_o \cos\omega t$$

Dans ce montage, c'est donc la modulation de fréquence imposée au modulateur n° 1 qui provoque la modulation de phase $\Delta\varphi_o \cos\omega t$. L'intensité lumineuse en S devient donc :

$$I = i_1 + i_2 + 2\sqrt{i_1 i_2} \cos[2\varphi_{Far} + \varphi_o + \Delta\varphi_o \cos\omega t]$$

Après développement du cosinus en terme de fonctions de Bessel :

$$I = i_1 + i_2 + 2\sqrt{i_1 i_2} \left\{ \cos(2\varphi_{Far} + \varphi_o)[J_o(\Delta\varphi_o) + 2J_2(\Delta\varphi_o)\cos 2\omega t + \ldots] \right.$$

$$\left. - \sin(2\varphi_{Far} + \varphi_o)[2J_1(\Delta\varphi_o)\sin\omega t + \ldots] \right\}$$

La détection synchrone à la fréquence ω fournit une information du déphasage Faraday :

$$I^{(\omega)} \propto \sin(2\varphi_{Far}+\varphi_o).J_1(\Delta\varphi_o)$$

Les variations de ce courant seront maximales si :

a/ $\Delta\varphi_o$ est ajusté de façon à rendre maximale la fonction J_1 :

$$\text{Max}(J_1(x)) = 0,57 \quad \text{pour} \quad x \simeq 1,9 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_o = 1,9 \Rightarrow L\Delta\nu_1 \simeq 60 \text{ MHz.m}$$

b/ La valeur $dI^{(\omega)}/d\varphi_{Far}$ est maximale $\Rightarrow$ le déphasage $2\varphi_{Far} + \varphi_o$ vaut constamment zéro.

La différence entre les fréquences des deux modulateurs acousto-optiques est donc nulle en l'absence d'effet Faraday :

$$\Delta\nu = 0$$

lorsque $\varphi_{Far} = 0$.

Il est donc possible d'implanter un asservissement qui maintienne constamment la condition b/ grâce à un ajustement de φ_o compensant les variations dues à l'effet Faraday : c'est la méthode de zéro.

Ces variations de la phase φ_o seront induites par des variations de la fréquence de fonctionnement de l'un des modulateurs acousto-optiques et telles que :

$$\frac{2\pi nL}{c}\,\delta(\Delta\nu) = -2\varphi_{Far}$$

Les variations $\delta(\Delta\nu)$ qui annulent le déphasage Faraday valent alors :

$$\delta(\Delta\nu) = \frac{-2NV_eI}{2\pi nL/c} = -\frac{cV_e}{\pi np}\,I$$

où p est le périmètre de l'anneau. Typiquement pour un rayon de 10 cm les variations sont de l'ordre de 460 Hz/A, ce qui correspond à une sensibilité de 2,2 mA/Hz.

Le courant minimal mesurable dépend directement de la plus petite variation de phase détectable :

$$(\varphi_{Far})_{min} = \pi/(S/B) \quad (*)$$

où (S/B) est le rapport signal sur bruit de la détection. Si cette détection est uniquement limitée par le bruit quantique, le rapport signal sur bruit vaut :

$$\frac{S}{B} = \sqrt{\frac{\eta P_1 P_2}{h\nu(P_1+P_2)B_o}}$$

où P_1 et $P_2 \simeq (50\ \mu W)$ (pour une source laser de 2 mW) sont les puissances de chacune des deux ondes interférant sur le détecteur d'efficacité quantique $\eta \simeq 0,5$. B_o est la bande passante de détection ($\sim$ 1 MHz).

Avec ces valeurs numériques, on obtient $(S/B) \simeq 6000$ ce qui correspond à $(\varphi_{Far})_{min} \simeq 0,5$ m rad, soit un courant minimum détectable I_{min}, tel que :

$$N.I_{min} \simeq \frac{(\varphi_{Far})_{min}}{2Ve} \simeq 60 \text{ A.tours}$$

A ce courant minimum correspond une variation de fréquence $\delta(\Delta\nu)_{min}$ à imposer à l'un des modulateurs :

$$\delta(\Delta\nu)_{min} = \frac{c\,(\varphi_{Far})_{min}}{2\pi nL} \simeq \frac{c}{2nL(S/B)}$$

soit :

$$L.\delta(\Delta\nu)_{min} \simeq 17 \text{ kHz.m}$$

(*) Cette relation est identique à celle des asservissements électroniques dont le bruit est réparti sur la bande de détection (D.L. SCHILLING, 1963).

En résumé, l'implantation d'une modulation de phase (induite par modulation de fréquence) permet de réaliser un biais dans l'interféromètre en anneau. Une détection synchrone à la fréquence de modulation permet la mise en oeuvre d'une méthode de zéro par l'intermédiaire d'une boucle d'asservissement qui compense la déphasage Faraday par variation de la fréquence de fonctionnement d'une des modulations acousto-optiques. Ces variations de fréquence sont alors une réplique des variations de l'intensité parcourant la ligne de courant. Le courant minimum détectable, avec un enroulement de 100 tours de fibre, est de l'ordre de 600 mA avec un facteur d'échelle d'environ 2,2 A/kHz.

I.2.3 - Méthode de détection hétérodyne - schéma retenu

Nous venons de passer en revue quelques méthodes de détection homodyne pour lesquelles l'obtention d'une bonne sensibilité a nécessité la mise en place de procédés de mesure sophistiqués (détection synchrone avec signal mis au biais, méthode de zéro avec contre réaction). La mise en oeuvre des schémas de détection exposés précédemment semble relativement difficile. Une détection hétérodyne détectant directement la phase induite par effet Faraday semble plus aisée à réaliser. De plus, la détection hétérodyne n'est théoriquement limitée que par le bruit quantique généré par l'absorption du flux laser d'oscillateur local, d'autre part la détection à une fréquence intermédiaire permet de s'affranchir des bruits propres des détecteurs relativement élevés en basse fréquence (bruit en 1/f).

Nous proposons donc de réaliser un montage plus simple : une seule souce délivrant les deux fréquences nécessaires à l'hétérodynage.

Cette source est un "laser bifréquence" émettant colinéairement deux polarisations linéaires orthogonales à des fréquences très légèrement différentes l'une de l'autre (~ 100 kHz).

Ceci est réalisé au moyen d'un laser hélium néon émettant dans le rouge à 632,8 nm, auquel on applique un champ magnétique transverse (*) (P. FERDINAND, 1982).

(*) Voir chapitre III pour le principe et la réalisation d'un tel laser.

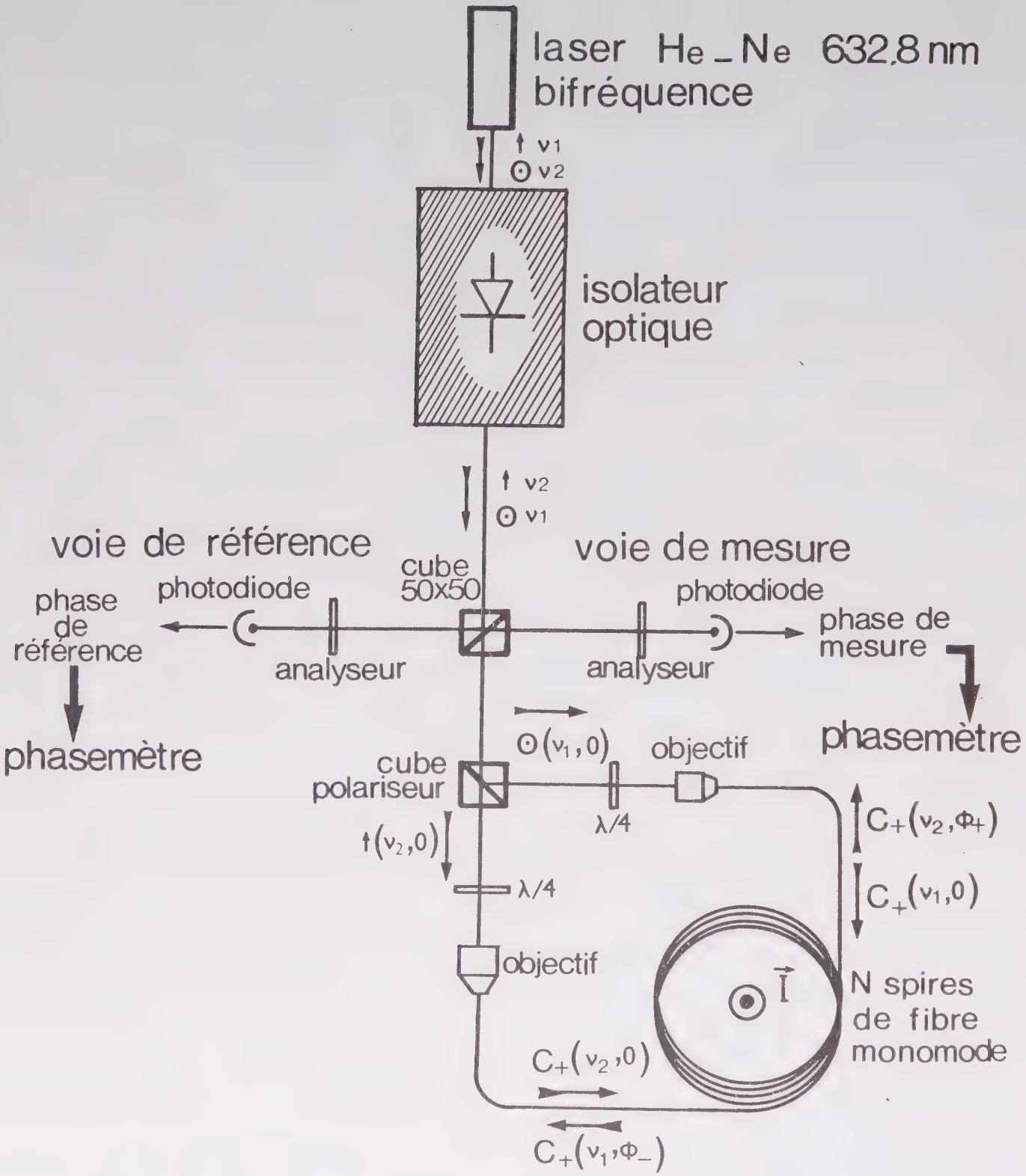


Figure 10 : Schéma de l'ampèremètre interférométrique à fibre optique.

La figure 10 représente le schéma complet retenu pour notre ampèremètre interférométrique. Le principe de ce montage repose sur le fait que l'on peut séparer spatialement deux ondes de polarisations orthogonales (à l'aide d'un cube polariseur par exemple). Les deux polarisations croisées délivrées par le laser sont associées à deux ondes dont les fréquences sont légèrement différentes (~100 kHz). Séparer spatialement les polarisations revient donc à individualiser les ondes de fréquences différentes nécessaires à la détection hétérodyne.

Notons ↑ l'onde dont la polarisation est dans le plan de la figure et ⊙ l'onde perpendiculaire. Ces deux ondes ↑ et ⊙ sont issues du laser, après traversée de l'isolateur optique (*) (dont nous expliquerons le fonctionnement au chapitre III.4) ; elles parviennent à l'interféromètre proprement dit.

Un cube sépare ensuite le faisceau en deux composantes d'amplitudes égales : un faisceau vers la voie de référence et l'autre vers la boucle interférométrique. Sur la voie de référence un analyseur projetant chaque polarisation permet la détection par une photo-diode du battement à la différence des fréquences : $\nu_1 - \nu_2$. Les deux polarisations qui composent le signal dirigé vers la boucle interférométrique sont séparées spatialement par un cube séparateur de polarisations (**) : chacune des polarisations est aiguillée vers l'une des deux branches de l'interféromètre. (Les deux ondes parcourent ensuite le même trajet dans l'interféromètre mais en sens opposés).

(*) L'isolateur joue le rôle d'une diode en électronique : il laisse passer les ondes issues du laser vers l'interféromètre et bloque celles qui vont dans le sens contraire.

(**) Un cube polariseur ou "séparateur de polarisations" est constitué de deux demi-cubes collés ensemble mais séparés par un traitement diélectrique multicouche. Celui-ci est spécialement calculé pour transmettre un rayon lumineux dont la polarisation est située dans le plan du cube (plan formé par le rayon incident et la normale à surface séparant les deux demi-cubes), et pour dévier à 90° un rayon lumineux dont la polarisation est perpendiculaire au plan du cube. En réalité les cubes ne sont pas parfaits et environ 2 % de la lumière peut être aiguillée sur " la mauvaise voie".

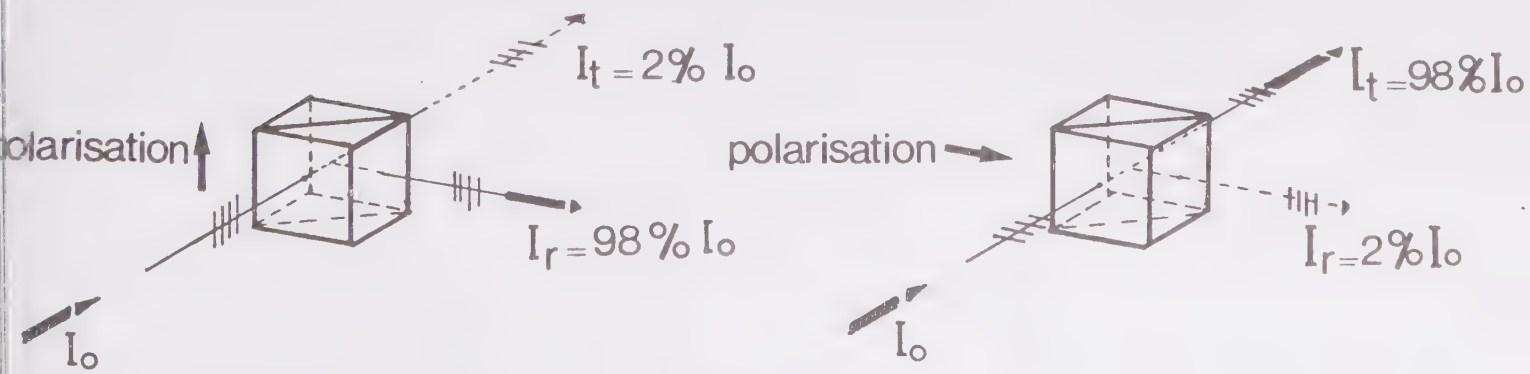


Figure 11 : Action d'un cube séparateur de polarisations.

Les deux polarisations sont ensuite (sur leur voie respective) converties en deux polarisations circulaires C_+ par une lame quart d'onde convenablement orientée (annexe II). Un objectif de microscope placé à chaque extrémité de la fibre assure l'injection des faisceaux dans la fibre où ils subissent un déphasage Faraday proportionnel au courant dans le conducteur.

Après leur trajet guidé les faisceaux ressortent de la fibre optique et traversent une autre lame quart d'onde qui les retransforme en lumière polarisée linéairement.

Globalement chaque faisceau a traversé deux lames quart d'onde d'orientations parallèles : leurs directions de polarisation sont donc échangées ($\uparrow\nu_1$ devient $\circlearrowleft\nu_1$ et $\circlearrowleft\nu_2$ devient $\uparrow\nu_2$).

Le cube séparateur de polarisation rend colinéaire les deux faisceaux. La moitié de ce faisceau lumineux est donc transmis vers l'isolateur et l'autre vers la voie de mesure. Cette voie est constituée de la même manière que celle de référence (un analyseur et une photodiode permettent la détection du signal). Les signaux électriques de référence et de mesure délivrés par les deux photodiodes sont introduits dans un phasemètre qui fournit la différence entre leurs phases respectives, c'est-à-dire une mesure directement proportionnelle au double du déphasage Faraday.

I.2.4 - Mesure du déphasage

Les deux ondes contrapropagatives à polarisation circulaires possèdent des fréquences très légèrement différentes. Nous allons calculer la différence de phase qui existe entre la phase du battement de ces ondes avant l'interféromètre et celle du battement à la sortie de l'interféromètre.

La phase à l'entrée est en fait la phase de référence, nous la considérons donc comme nulle et effectuons uniquement le calcul à la sortie de l'interféromètre. Soient C_1 et C_2 les deux ondes à polarisation circulaire, elles sont telles que :

$$C_1(o) = \vec{e}_1 . e^{j\omega_1 t}$$

et :

$$C_2(o) = \vec{e}_2 . e^{j\omega_2 t}$$

avec :

$$\vec{e}_1 . \vec{e}_2 = 0 \quad \text{et} \quad \omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$$

Après un trajet de longueur L dans la fibre plongée dans champ magnétique, l'effet Faraday induisant une biréfringence magnétique circulaire, nous obtenons :

$$C_1(L) = e_1 . e^{j\omega_1 [t+n_1 L/c]}$$
$$2 \qquad 2 \qquad 2 \qquad 2$$

Le signal détecté sur la photodiode est proportionnel à :

$$\left| \vec{e}_1 . e^{j\omega_1 [t+n_1 L/c]} + \vec{e}_2 . e^{j\omega_2 [t+n_2 L/c]} \right|^2$$

et la composante alternative vaut :

$$2|e_1||e_2| \cos(\Delta\omega . t + \Delta\phi)$$

avec le déphasage $\Delta\phi$ valant :

$$(L/c)(n_1\omega_1 - n_2\omega_2)$$

Du fait du faible écart entre les deux fréquences émisent par le laser (quelques centaines de kHz), nous faisons l'hypothèse d'une dispersion négligeable dans la fibre :

$$n(\omega_1) \neq n(\omega_2)$$

La différence de phase $\Delta\phi$ devient donc :

$$\Delta\phi = \frac{L}{c}\left\{(n+\Delta n/2)\omega_1 - (n-\Delta n/2)(\omega_1-\Delta\omega)\right\}$$

$$= \frac{L}{c}\left\{\omega_1\Delta n+n\Delta\omega\right\} = \Delta\phi_{Faraday} + \Delta\phi_{Propagation} \qquad (2)$$

avec :

$$\begin{cases} \Delta\phi_{Far} = \dfrac{L}{c}\,\omega_1\Delta n = \dfrac{2\pi L}{\lambda}\,\Delta n \\ \Delta\phi_{Prop} = \dfrac{L}{c}\,n\Delta\omega = 2\pi\,\dfrac{nL}{\Lambda} \end{cases}$$

où $\Delta n = n_1 - n_2$ est la différence entre les indices associés aux ondes C_1 et C_2. Le terme $\Delta\phi_{Far}$ est dû à la biréfringence magnétique et le terme $\Delta\phi_{Prop}$ est un terme dû à la propagation des deux ondes avec une fréquence légèrement différente, (c'est le déphasage sur une longueur L d'une onde de période spatiale $\Lambda = C/\Delta\nu$).

$$\Delta\phi_{Prop} = n\,\frac{2\pi}{c}\,L\Delta\nu = 1{,}5 \times \frac{360°}{3.10^8} \times L \times 130.10^3 \qquad (3)$$

$$\simeq 0{,}23 \text{ degré par mètre de fibre}$$

$$\Delta\phi_{Far} = \frac{2\pi L\Delta n}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \Delta n = \frac{\lambda}{\pi}\,V_e|\vec{H}|$$

où $\vec{H}$ est l'induction magnétique et V_e la constante de VERDET (G. BRUHAT).

Dans l'expression de Δn apparaît le champ magnétique H dont il faut calculer la valeur en fonction du courant à une distance R du conducteur.

$$H = \left(\frac{I}{2\pi R}\right)$$

Ainsi, en tenant compte du rayon R d'enroulement de la fibre et de la valeur H champ magnétique dû au courant I traversant le conducteur, on obtient ($L = 2\pi NR$) :

$$\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(2\pi NR\right)\left(\frac{\lambda}{\pi} V_e\right)\left(\frac{I}{2\pi R}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = (2NV_e)I$$

La constante de VERDET vaut environ $4{,}5.10^{-6}$ rad/A pour la silice, ainsi pour un courant de 2 000 A, la phase à mesurer est d'environ un degré par tour de fibre.

Remarquons que le facteur d'échelle ($2NV_e$) est adaptable à la gamme de courant à mesurer par ajustement du nombre de tours de fibre.

I.2.5 - Sensibilité théorique

I.2.5.1 - Puissance de chaque polarisation de sortie

Les deux ondes contrapropagatives subissent des pertes dues aux différents éléments optiques qui composent le montage.

Cherchons à exprimer, compte tenu de la transmission des composants optiques, les puissances associées à chaque polarisation arrivant sur la voie de mesure. La puissance laser étant :

$$P_L = P^o_{\uparrow} + P^o_{\odot}$$

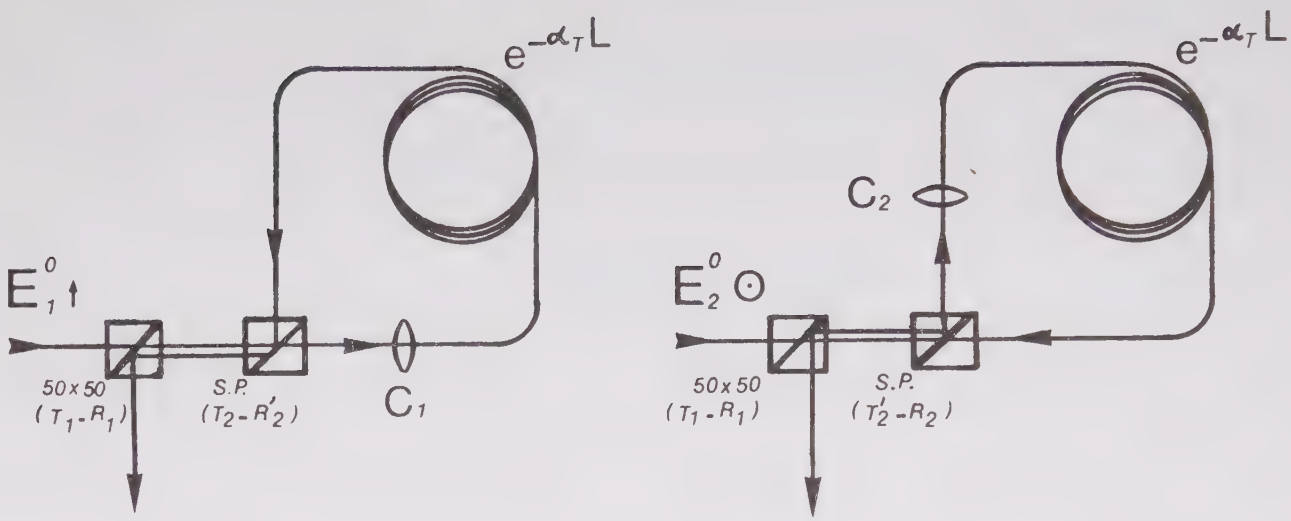


Figure 12 : Parcours effectué par les polarisations.

R_1 et T_1 sont les coefficients de réflexion valant sensiblement 1/2 pour le cube 50 × 50. Le cube séparateur de polarisation réfléchit intégralement la lumière perpendiculaire au plan du cube et transmet intégralement celle située dans son plan ; si les polarisations sont convenablement orientées $T_2 \simeq R_2 \simeq 1$ aux pertes près ($\sim 10^{-3}$).

Les ondes subissent une perte de couplage dues aux objectifs de microscope, soit C_1 et C_2 leurs coefficients de couplages respectifs. Pour les amplitudes ces coefficients C_1 et C_2 sont tels que $|c_1|^2 = C_1$ et $|c_2|^2 = C_2$.

Les coefficients de transmission t et de réflexion r associés aux cubes sont tels que :

$$|r|^2 = R \quad \text{et} \quad |t|^2 = T$$

Sur la voie de mesure les deux champs électriques $\xi_{\uparrow}$ et $\xi_{\circlearrowleft}$ ont donc pour amplitude :

$$\xi_{\uparrow} \propto E_1 e^{j(\omega_1 t+\varphi_1)} \quad \text{et} \quad \xi_{\circlearrowleft} \propto E_2 e^{j(\omega_2 t+\varphi_2)}$$

avec :

$$\varphi_1 = \varphi_F + \varphi_1^{réf} \quad , \quad \varphi_2 = -\varphi_F + \varphi_2^{réf}$$

$$E_1 = \beta C_1 E_1^o \quad ; \quad E_2 = \beta C_2 E_2^o \quad \text{et} \quad \beta = t_1 t_2 r_1 r_2 e^{-\alpha_T L/2}$$

Expérimentalement $C_1 \simeq C_2 \simeq 0,8$.

(Le couplage objectif-fibre s'effectue avec une pente d'environ 20 % de la puissance). Le terme $e^{-\alpha_T L/2}$ correspond à l'atténuation du champ électrique d'une onde s'étant propagée dans la fibre de longueur L et d'atténuation $\alpha_T(m^{-1})$. Pour l'atténuation en puissance :

$$P(z) = \left(e^{-\alpha_T \cdot L/2}\right)^2 . P(o) = e^{-\alpha_T \cdot L} . P(o)$$

Sur la voie de mesure les puissances sont donc :

$$\begin{cases} P_{\uparrow} = T_1 T_2 R_1 R_2 C_1 e^{-\alpha_T L} P_{\uparrow}^o . (1+\cos\Delta\varphi_{Far}) \\ P_{\circlearrowleft} = T_1 T_2 R_1 R_2 C_2 e^{-\alpha_T L} P_{\circlearrowleft}^o . (1+\cos\Delta\varphi_{Far}) \end{cases}$$

avec :

$$T_1 \simeq R_1 \simeq 0,5 \quad , \quad T_2 \simeq R_2 \simeq 1 \quad , \quad P_{\uparrow}^o = P_{\circlearrowleft}^o = P_L/2.$$

Remarque : La seule différence entre les deux trajets se situe au passage à travers les objectifs de microscope : chacun d'eux est utilisé comme coupleur dans un sens et comme découpleur dans l'autre. Apparemment, la réciprocité du montage n'est pas assurée, cependant la théorie de la propagation des ondes guidées dit que, si la propagation est en tout point unimodale, le système est globalement réciproque, quelles que soient les conditions de couplage. Or dans la réalité les fibres "monomodes" supportent deux modes de polarisation dégénérés. L'ellipticité résiduelle du coeur de la fibre, les contraintes mécaniques lors du tirage, ... créent de la biréfringence qui modifie quelque peu l'E.D.P. Le système demeure néanmoins globalement réciproque, le cube polariseur jouant le rôle de filtre unimodal.

$$P_{\uparrow} + P_{\Theta} = 0,1e^{-\alpha_T L} P_L \cos^2\varphi_F = P_i e^{-\alpha_T L} \cos^2\varphi_F$$

$P_{\uparrow} + P_{\Theta}$ est la puissance reçue par le détecteur et φ_F le déphasage Faraday d'une des ondes :

$$\Delta\varphi_{Far}/2 = NV_e\dot{I}$$

I.2.5.2 - Longueur optimale de fibre

Le rapport signal sur bruit de la détection hétérodyne est calculé comme :

$$\frac{S}{B} = \frac{1}{4}\frac{D}{qB_o}\frac{P_S^2 \cos^2\varphi_F}{P_S + P_N}$$

où :

D = facteur de conversion du détecteur = $\eta q/h\nu$,

q = la charge électronique,

B_o = la bande passante de la détection,

$P_S = P_i e^{-\alpha_T L}$ et P_N la puissance due aux diverses sources de bruit.

Les diverses sources de bruit proviennent de plusieurs processus de diffusion dans la fibre ; la puissance P_N est composée par :

- deux termes de diffusion Rayleigh (un dans le sens de propagation et l'autre dans le sens opposé),
- deux termes de diffusion Brillouin (sens de propagation + sens opposé),
- un terme de diffusion Mie (sens de propagation),
- un terme dû à l'interface coeur-gaine (sens de propagation).

Le tableau I regroupe les contributions des diverses sources de bruit (S.C. LIN et Al., 1979).

Les termes de diffusion Rayleigh sont prédominants.

Composante	Sens de propagation	Coefficients à 6328 Å	Loi de distribution
Rayleigh	Direct	$\alpha_{SR} = 4.10^{-3} m^{-1}$ = 17.6 dB/km	$P_{RF} = 0,2\ \alpha_{SR}\ Le^{-\alpha_T L}$
	Rétrograde		$P_{RB} = 0,2(\alpha_{SR}/2\alpha_T)(1-e^{-2\alpha_T L})P_i$
Brillouin	Direct	$\alpha_{SB}=5,4.10^{-4} m^{-1}$ = 2,3 dB/km	$P_{BO} = 0,2\alpha_{SB}Le^{-\alpha_T L}P_i$
	Rétrograde		$P_{B\pi} = 0,2(\alpha_{SB}/2\alpha_T)(1-e^{-2\alpha_T L})P_i$
Mie + interface coeur-gaine	Direct	$\alpha_{SR}/5$	$P_{FP} = 0,2\alpha_{SR}Le^{-\alpha_T L}P_i$

(1 km^{-1} ≃ 4,34 dB km^{-1} ; voir § II.1.3)

Tableau I : Diverses contributions de la puissance de bruit dans la fibre.

P_N est donc composé de cinq termes distincts :

$$P_N = P_{RF} + P_{RB} + P_{BO} + P_{B\pi} + P_{FP}$$

En remplaçant chaque terme par sa loi de distribution, on trouve la puissance de bruit pour la longueur L dans la fibre :

$$P_N(L) = 0,2P_i \left[Le^{-\alpha_T L}(2\alpha_{SR}-\alpha_{SB}) + \frac{\alpha_{SR}+\alpha_{SB}}{2\alpha_T}\ (1-e^{-2\alpha_T L}) \right]$$

$$= P_i \left[7,5Le^{-\alpha_T L} + 0,42(1-e^{-2\alpha_T L}) \right]$$

dans cette expression L est exprimée en km et α_T en km^{-1}.

L'expression du rapport signal sur bruit peut se mettre sous la forme :

$$\frac{S}{B} = \frac{1}{4}\left(\frac{\eta}{h\nu B_o}\right)\frac{P_S^2}{P_S+P_N}\cos^2\varphi_F = [u(L)]^{-2}\cos^2(\varphi_F)$$

Cette expression du rapport signal sur bruit laisse penser qu'il existe une valeur optimale de longueur de fibre L_o pour laquelle la sensibilité est maximale.

En inversant cette expression et en faisant $\varphi_F = NV_eI$, on obtient :

$$I = \frac{1}{NV_e} \text{ Arcos } \left\{u(L)\sqrt{\frac{S}{B}}\right\} = \frac{2\pi R}{LV_e} \text{ Arcos } \left\{u(L)\sqrt{\frac{S}{B}}\right\}$$

La longueur optimale est donnée par :

$$\left(\frac{dI}{dL}\right)_{L=L_o} = 0 \quad \text{avec} \quad \left(\frac{S}{B}\right) = 1$$

La dérivation effectuée, nous obtenons :

$$\text{Arcos}[u(L_o)] = L_o[1-u^2(L_o)]^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{du(L)}{dL}\Big]_{L=L_o}$$

La résolution numérique de cette expression conduit à L_o = 260 m à 6328 Å pour une fibre de 23,5 dB/km d'atténuation. Avec un phasemètre de 0,1° de résolution, nous pouvons observer un courant minimum d'environ 0,5 A, les 260 m de fibre étant enroulés sur un touret de 10 cm de rayon.

Ce résultat numérique montre que pour cette longueur de fibre les termes de bruit sont réduits au minimum et qu'ainsi la sensibilité est maximale. Malheureusement nous ne disposons pas d'une telle longueur de fibre. Il nous faut donc chercher les caractéristiques de l'appareil en fonction de la courte longueur de fibre disponible (~ 15 mètres).

I.2.6 - Stabilité de la mesure

Dans les paragraphes précédents nous avons recherché l'expression des déphasages en sortie de l'interféromètre dus à la propagation dans la fibre et à l'effet Faraday.

Nous analysons dans ce paragraphe les différents termes qui affectent la stabilité de la mesure.

Reprenons la formule donnant le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre (équation 2) :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} \Delta n + \frac{2\pi nL}{c} \Delta\nu$$

Le premier terme comme nous l'avons vu est le déphasage Faraday et le deuxième, dû à la propagation vaut environ 0,23° de phase par mètre de fibre (équation 3).

Cherchons quelles sont les variations relatives de L et de $\Delta\nu$ que l'on peut admettre pour que les variations de ce terme de phase, n'excèdent par la valeur ϕ_{min} correspondant au courant minimum à mesurer :

$$\underset{\text{courant}}{\phi_{min}} = (2NV_e) I_{min}$$

ou bien à la valeur minimale que peut détecter la phasemètre ϕ_{min} mesurable.

Reprenons l'expression du terme de phase dû à la propagation :

$$\Delta\phi_{Prop} = \frac{2\pi}{c} nL\Delta\nu$$

Calculons l'erreur sur $\Delta\phi_{Prop}$ en considérant les variations possibles de l'indice n, de la longueur de la fibre et de la fréquence de battement du laser $\Delta\nu$:

$$\frac{\partial(\Delta\phi_{Prop})}{\Delta\phi_{Prop}} = \frac{\partial n}{n} + \frac{\partial L}{L} + \frac{\partial(\Delta\nu)}{\Delta\nu}$$

Les variations de l'indice de réfraction et de la longueur de la fibre en fonction de la température sont (G.B. HOCKER, 1979) :

$$\frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial T} \sim 5.10^{-7}\ °C \quad ; \quad \frac{\partial n}{\partial T} \simeq 10^{-5}\ °C$$

ainsi :

$$\frac{\partial(\Delta\phi_{Prop})}{\Delta\phi_{Prop}} = \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial T}\delta T + \frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial T}\delta T + \frac{\partial(\Delta\nu)}{\Delta\nu}$$

$$= \delta T \left[\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial T} + \frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial T}\right] + \frac{\partial(\Delta\nu)}{\Delta\nu}$$

$$= \delta T\ [10^{-5} + 5.10^{-7}] + \frac{\partial(\Delta\nu)}{\Delta\nu}$$

$$\frac{\partial(\Delta\phi_{Prop})}{\Delta\phi_{Prop}} \simeq 10^{-5}\ \delta T + \frac{\partial(\Delta\nu)}{\Delta\nu}$$

Cherchons maintenant quelle doit être la variation absolue maximale de $\Delta\phi_{Prop}$. Cette variation comme nous l'avons noté précédemment doit dans tous les cas être inférieure à la phase minimale détectable par le phasemètre ou bien à la phase correspondant au courant minimum à détecter :

$$\delta(\Delta\phi_{Prop}) < \max(\phi_{min.courant}, \phi_{min.détectable})$$

Un bon ordre de grandeur de la phase minimale détectable est 0,1° de phase (si $S/B \simeq 10^{-3}$). Prenons cette valeur comme borne supérieure des variations de $\Delta\phi_{Prop}$. Le terme $\delta(\Delta\nu)/\Delta\nu$ vaut quelques 10^{-3} (voir plus loin) on peut négliger le terme $10^{-5}\ \delta T$ aussi bien dans des conditions normales de laboratoire où δT ne dépasse pas quelques degrés, que dans la réalité industrielle où δT peut atteindre quelques dizaines de degrés. Ainsi :

$$\delta(\Delta\phi_{Prop}) = \Delta\phi_{Prop}\left[\cancel{10^{-5}\delta T} + \frac{\delta(\Delta\nu)}{\Delta\nu}\right] < 0,1°$$

$$\Rightarrow \frac{\delta(\Delta\nu)}{\Delta\nu} < \frac{0,1°}{\Delta\phi_{Prop}}$$

Seul reste le terme dû à la variation du battement laser :

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\Delta\nu} < \frac{0,1°\ c}{2\pi nL\Delta\nu} = \frac{0,1°\times 3.10^{8}}{360\times 1,5\times L\times\Delta\nu}$$

et pour un $\Delta\nu$ du laser l'environ 130 kHz (voir chapitre III) :

$$\delta(\Delta\nu)/\Delta\nu \simeq 0,4/L$$

ainsi : $\delta(\Delta\nu).L \simeq 52$ kHz . mètre de fibre.

On se rend compte d'après cette relation que la précision relative sera d'autant plus élevée que la longueur de fibre sera grande.

Avec notre fibre d'environ 15 m de longueur, nous pouvons accepter des variations de la fréquence de battement de ± 1,7 kHz autour de la fréquence moyenne.

Notons que dans ce cas le terme de phase dû à la propagation vaut 3,45°. Ce terme est parfaitement connu et est en fait un décalage de zéro.

I.2.7 - Gamme de courants mesurables

Si les variations de fréquence du laser sont suffisamment faibles pour que l'erreur correspondante sur la phase reste inférieure à 0,1°, le courant minimum détectable est donc celui qui correspond à un déphasage Faraday de 0,1°. Notons que la mesure est alors très mauvaise, l'erreur étant de ± 50 %.

$$I^C_{min} = \frac{\Delta\phi_{min}}{2NV_e} = \frac{0,1}{2\times4,5\times10^{-6}} \left(\frac{\pi}{180}\right) \frac{1}{N} \simeq \frac{200}{N} \qquad (A)$$

Pour 100 tours de fibre sur le touret, le courant minimum détectable est donc de 2 A avec un phasemètre de 0,1° de phase de résolution.

Le courant maximum mesurable sans ambiguïté correspond à un déphasage de 360° (au-delà le phasemètre indiquerait φ - 360°).

$$I^C_{max} = \frac{\Delta\phi_{max}}{2NV_e} = \frac{360}{2\times4,5.10^{-6}} \left(\frac{\pi}{180}\right). \frac{1}{N} \simeq \frac{7.10^5}{N} \qquad (A)$$

L'ampèremètre interférométrique qui mesure le courant le plus élevé ne possède qu'une seule spire de fibre optique autour du conducteur (N = 1). Nous constatons donc qu'il est impossible de mesurer un courant supérieur à 700 kA (à 633 nm) avec un tel ampèremètre.

REFERENCES DU CHAPITRE I

H.J. ARDITTY and H.C. LEFEVRE
"Sagnac effect in fiber gyroscopes".
Opt. Lett 6, 401-403 (1981).

H.J. ARDITTY - Y. BOURDIN - M. PAPUCHON
"Un capteur ampèremétrique à fibre optique".
Revue technique THOMSON CSF vol. 13 n° 3 (1981).

BERKELEY
Cours de physique. Volume 3 : Ondes.
Collection U - Edition A. COLIN (1972).

G. BRUHAT
Cours de physique générale : Optique
Edition MASSON (1965).

H.Z. CUMMINS and H.L. SWINNEY
"Light beating spectroscopy".
Progress in Optics - Vol VIII - Editor E. WOLF (1970).

J.L. DAVID and S. EZEKIEL
"Techniques for shot-noise limited inertial rotation measurement using a multiturn fiber Sagnac interferometer".
S.P.I.E. Vol 157 : Laser Inertial Rotation Sensor, p 131-136 (1978).

B. DESSUS - J.L LESNE
"Mesure des courants sur les lignes haute tension par interférométrie optique - Etude de faisabilité".
EDF - rapport P.13/79 n° 4 (1979).

M. FARADAY
"On the magnetization of light and the illumination of magnetic lines of fonce".
Phil. Trans (November 1845).

M. FARADAY
"Sur les nouvelles relations entre l'électricité, la lumière et la le magnétisme".
C.R. Acad. Sciences t 22 p 113 (1846).

P. FERDINAND - J.L LESNE - C. CAHEN - B. DESSUS
"Les avantages de l'emploi de lasers bifréquence en métrologie optique".
"Horizons de l'optique 1982".
I.N.P.G. GRENOBRE (Mars 1982).

D.G. HALL and R.R. RICE
"An analysis of noise limitations in laser fiber gyro configurations".
Proc. of the Int. Conf. lasers - SAN DIEGO (1978).

G. DRISCOLL
"Hanbook of Optics".
Editor Walter G. DRISCOL (1978).

P. HERON - C. BENOIST - Y. DELAMARRE
"Mesure des courants par un ampèremètre à effet Faraday".
Revue générale d'électricité Tome 76, n° 7-8,1045-1054 - (1967).

G.B. HOCKER
"Fiber Optic Sensing of pressure and temperature".
App. Opt. Vol 18 n° 9, 1445-1448 (1979).

R.H. KINGSTON
"Detection of Optical and Infrared Radiation".
Springer Series in Optical Sciences ; Edited by D. Mac ADAM (1978).

H. LEFEVRE
"Contribution à la gyrométrie à fibre optique de classe inertielle"
Thèse d'état, NICE (1982).

S.C. LIN and T.GIALLORENZI
"Sensitivity analysis of the Sagnac-effect optical fiber-ring interferometer".
App. Opt. 18, 915-931 (1979).

J. LIZET
"Mesure de forts courants par effet Faraday dans une fibre optique".
Thèse C.N.A.M. GRENOBLE (1980).

A.J. ROGERS
"Optical measurement of current and voltage on power systems".
Electrical Power Applications Vol 2 n° 4, 120-124, (August 1979).

D.L. SCHILLING
"Automatic Phase Control System Response".
Proc. I.E.E.E. Vol 151, 1306-1315 (October 1963).

G. SAGNAC
"Compte rendu de l'Académie des Sciences".
pp 157, 708, 140 (1913).

A.M. SMITH
"Polarization and magneto-optic properties of single-mode optical fiber".
App. Opt., Vol 7 n° 1, 52-56 (1978).

E. VERDET
"Recherches sur les proprités optiques développées dans les corps transparents par l'action du magnétisme".
1ère partie : Ann. Chim. Phys. tome 41 p 370 (1854).
2ème partie : Ann. Chim. Phys. tome 43 p 37 (1855).
3ème partie : Ann. Chim. Phys. tome 52 p 129 (1858).
4ème partie : Ann. Chim. Phys. tome 69 p 415 (1863).

CHAPITRE SECOND

PROPAGATION GUIDEE

SOMMAIRE

II.1 - LES FIBRES OPTIQUES

II.1.1 - Conducteur de lumière

II.1.2 - Domaines d'application

II.1.3 - Différents types de fibres et leurs caractéristiques

II.1.4 - Choix de la fibre pour l'interféromètre

II.1.5 - Résistance mécanique des fibres monomodes

II.1.6 - Modes de propagation dans une fibre unimodale - Biréfringences

II.2 - POLARISATION DE LA LUMIERE DANS LA FIBRE

II.2.1 - Problème de la conservation d'un état de polarisation

II.2.2 - Evolution de l'état de polarisation dans la fibre

II.3 - REPRESENTATION SPHERIQUE DE POINCARE

II.3.1 - Représentation géométrique d'un état de polarisation

II.3.2 - Torsion de la fibre

II.3.3 - Référentiel du laboratoire et référentiel lié à la fibre

II.3.4 - Ellipticité d'un faisceau lumineux dans la fibre

II.4 - METHODE MATRICIELLE DE JONES

II.4.1 - Introduction

II.4.2 - Hypothèses de la méthode

II.4.3 - Expressions et courbes représentatives de l'ellipticité

II.4.4 - Evolution de la polarisation durant la propagation

II.4.5 - Ellipticité minimale lors de la propagation

II.4.6 - Ellipticité moyenne dans la fibre

II.5 - RESULTATS DES DEUX METHODES - COMPARAISONS

II.6 - BIREFRINGENCE CIRCULAIRE INDUITE PAR TORSION

II.6.1 - Détermination de la constante d'Ulrich g

II.6.2 - Principe de la mesure - Appareillage utilisé

II.6.3 - Résultats de mesure

II.7 - CONSERVATION DE L'ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE TORSADEE

II.7.1 - Détermination de l'ellipticité d'une vibration sortant de la fibre

II.7.2 - Principe de la mesure - Appareillage utilisé

II.7.3 - Résultats de mesure

II.7.4 - Courbes d'ellipticité en fonction de la torsion

II.8 - CHOIX DE LA FIBRE POUR L'AMPEREMETRE

II.8.1 - Caractéristiques des 5 fibres - Choix de la fibre

II.8.2 - Evolution de la polarisation dans la fibre choisie

II.8.3 - Influence de la courbure - Rayon du touret

REFERENCES

II.1 - LES FIBRES OPTIQUES

II.1.1 - Conducteur de lumière

(voir par exemple W.P. SIEGMUND, Handbook of Optics, Section 13)

Une fibre optique est une baguette très fine d'un matériau (*) étiré dont l'aspect filiforme lui confère de la souplesse.

D'une manière très générale elle est constituée d'un milieu diélectrique que l'on nomme coeur. Celui-ci le plus suivent est recouvert d'un second milieu, nommé gaine, d'indice de réfraction n_g inférieure à celui du coeur n_c. La gaine elle-même peut être enrobée de couches de matériaux plastiques appelés revêtement destiné à la protéger et à lui conférer une résistance mécanique.

En raison de la différence entre les indices n_g et n_c et des lois de la propagation (angle de réflexion), un faisceau lumineux entré par une extrémité de la fibre, subit des réflexions totales à chaque dioptre (interface coeur-gaine) puis sort par l'autre extrémité.

La réunion de ces deux caractéristiques : souplesse et conduction de la lumière est à la base de nombreuses applications.

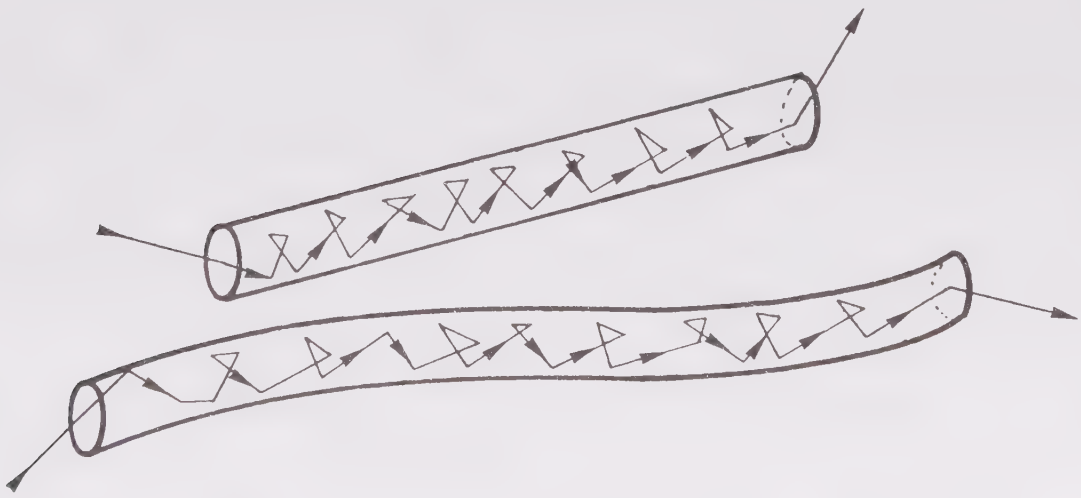


Figure 13 : Chemin parcouru par la lumière dans une fibre rigide ou non.

(*) Les fibres réalisées actuellement sont en diverses sortes de verre (verre de silice, verre de borosilicate,...) mais des fibres synthétiques commencent à apparaitre.

II.1.2 - Domaines d'application

La fibre peut être utilisée dans le domaine des transmissions de signaux optiques (TREHEUX et al., 1974 ; OSTROWSKY, 1982). Les différentes fonctions (modulation, multiplexage) nécessaires au fonctionnement d'un système de télécommunication sont maintenant transposables dans le domaine optique grâce (entre autres) aux fibres tant pour un signal analogique que numérique. Dans cette application les fibres sont jugées insensibles aux facteurs d'environnement car on s'intéresse à la puissance du signal lumineux reçu par le détecteur en sortie de la fibre. La caractéristique intéressante des fibres est, dans ce domaine, leur insensibilité (relative) aux interférences électromagnétiques. Ceci constitue un avantage dans la mesure où la fibre permet de procéder à la transmission d'informations recueillies par des sondes ou des capteurs dans un environnement hostile.

Les fibres optiques peuvent également être des capteurs. Dans cette deuxième application la lumière est considérée en tant qu'onde ; ce sont des paramètres tels que la phase ou des modifications de l'état de polarisation qui sont mesurées. Ces paramètres sont sensibles à l'environnement : champ électromagnétique, température, contraintes, pression acoustique...

II.1.3 - Différents types de fibres et leurs caractéristiques
(voir par exemple : T.G. GIALLORENZI, 1978 ; D. MARCUSSE, 1981 ; E. MILLER,1980)

On peut distinguer deux sortes de fibres : les fibres "multimodes" et les fibres "monomodes" ou "unimodales".

Les fibres multimodes ont la propriété de laisser se propager plusieurs modes électromagnétiques tandis que les fibres unimodales n'en acceptent qu'un seul (A. SNYDER, 1981 ; W.P. SIEGMUND, 1978).

Cherchons la condition d'unimodalité (un seul mode de propagation) des fibres optiques. L'équation générale de propagation des ondes est de la forme :

$$\nabla^2\psi + k^2\psi = 0.$$

Dans une fibre optique, c'est à dire dans un guide à section droite circulaire, nous pouvons en séparant les variables ($\psi = R(r) \cdot \phi(\psi) \cdot Z(z)$) écrire cette équation sous la forme :

$$\frac{1}{R.r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial R}{\partial r}\right] + k^2 - \frac{\nu^2}{r^2} + \xi^2 \qquad \text{avec} \begin{cases} Z''/Z = -\xi^2 \\ \phi''/\phi = -\nu^2 \end{cases}$$

Les solutions physiques de cette équation sont des fonctions de Bessel.

Ainsi :

$$\psi(r,\vartheta,z) = J_\nu\left[\sqrt{k^2 - \xi^2}\cdot r\right]\begin{Bmatrix}\cos \nu\vartheta \\ \sin \nu\vartheta\end{Bmatrix}\exp(i\gamma z)$$

Pour raison de symétrie, cette solution doit être indépendante de ϑ, nous avons donc $\nu = 0$. La fonction J_o est donc la seule solution possible. Marcusse (1981) a montré que le mode de propagation est unique si la variable de J_o est inférieure à 2,405 (premier zéro de la fonction). Au-delà, le nombre de mode est approximativement égal à $^1/_2\ V^2$ où V, appelé fréquence normalisée, est définit comme :

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda}\sqrt{n_c{}^2 - n_g{}^2} \qquad (4)$$

a : rayon de coeur de la fibre.

Ainsi la fibre aura un comportement unimodal si $V < V_c = 2,405$.

Ce qui conduit à définir un diamètre de coeur maximal :

$$a_{max} = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{2,405}{\sqrt{n_c^2 - n_g^2}}$$

Numériquement pour une différence relative d'indices de 0,5 % et une longueur d'onde de 633 nm, on trouve une valeur maximale du diamètre de coeur de 8 µm.

Les fibres monomodes ont donc des rayons de coeur extrêmement petits (de l'ordre de quelques microns). Notons à titre de comparaison que les fibres multimodes ont des diamètres de coeur valant typiquement 100 µm.

Les deux catégories de fibres mentionnées se scindent elles-mêmes en deux classes :

- Les fibres multimodes à saut d'indice :

  L'indice de réfraction est constant dans le coeur (figure 14a).

- Les fibres multimodes à gradient d'indice (figure 14b)

  L'indice de réfraction du coeur n_c varie avec la distance r au centre suivant la loi :

$$\begin{cases} n_c(r) = n_1 \sqrt{1 - 2(n_1 - n_2)\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}} \\ \alpha = \infty \text{ échelon (saut d'indice)} \\ \alpha = 2 \text{ parabole} \end{cases}$$

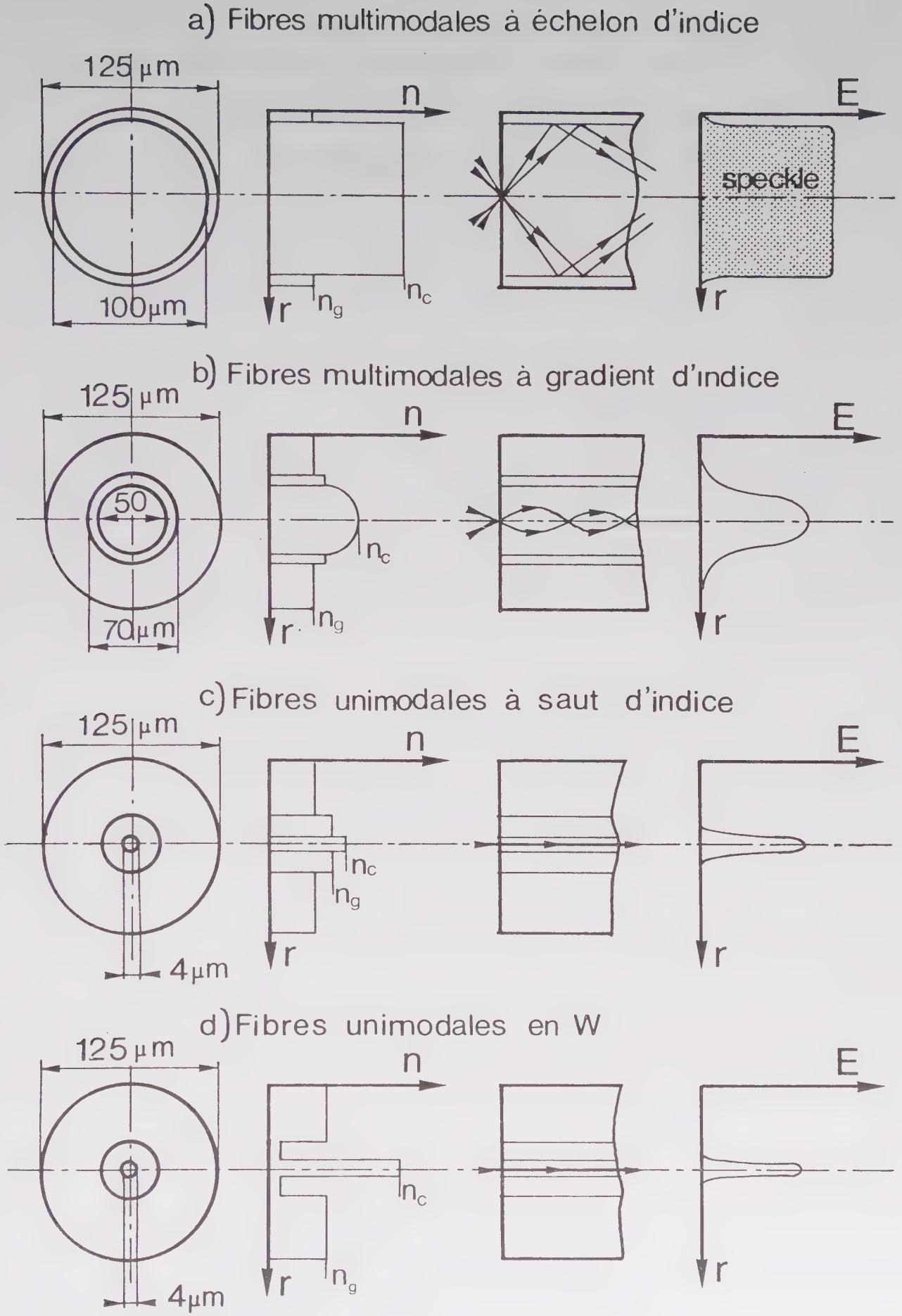


Figure 14

Différents types de fibre

- Les fibres monomodes ou unimodales à saut d'indice (figure 14c) :

Le profil d'indice du coeur est constant.

- Les fibres monomodes à "profil en W" (figure 14d) :

Pour mieux guider les ondes, on crée une couronne de plus faible indice entre le coeur et la gaine (la dénomination de fibres en W provient de la forme du profil d'indice qui ressemble à cette lettre).

- Ouverture numérique :

Que la fibre soit monomode ou multimode, un rayon lumineux est d'autant mieux guidé qu'il parvient sous une incidence presque normale à la face d'entrée de la fibre.

Il existe un angle limite qui définit un cône d'entrée au delà duquel le rayon n'est plus accepté et guidé par la fibre. Cet angle s'appelle l'ouverture numérique de la fibre.

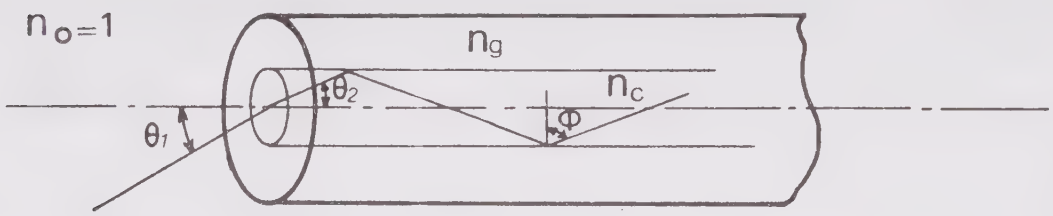


Figure 15 : L'ouverture numérique : Angle limite d'incidence d'un rayon propagatif.

Pour les fibres à saut d'indice on le calcule ainsi :

$$n_o \sin\theta_1 = n_c \sin\theta_2 = n_c \cos\phi = n_c\sqrt{1-\sin^2\phi}$$

(loi de Descartes)

avec ϕ devant être supérieur à l'angle limite défini par :

$$\sin\phi_{lim} = \frac{n_g}{n_c} \quad , \quad (n_c > n_g)$$

On obtient ainsi l'ouverture numérique (O.N.)* :

$$O.N. = n_o \sin\theta_1 = n_c\left[1-\left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2\right]^{1/2} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = \sqrt{2\bar{n}\Delta n}$$

$\bar{n} = (n_c+n_g)/2$ et $\Delta n = n_c - n_g$ l'écart d'indice.

En pratique, on ne trouve pas exactement ce résultat car il faudrait tenir compte des irrégularités possibles de la face d'entrée, des phénomènes de diffraction et autres.

La fréquence normalisée V est définie par l'équation 4 et vaut donc $(2\pi a/\lambda) \times (O.N.)$, elle est proportionnelle à l'ouverture numérique (O.N.).

L'ouverture numérique dépend uniquement de l'écart d'indice, c'est à dire de la technologie utilisée lors de la fabrication (dopants, ...). L'écart d'indice vaut typiquement quelques millièmes, aussi bien pour les fibres multimodes que monomodes. Pour ces dernières le coeur est très petit ($\sim$ 5 µm), l'ouverture numérique l'est donc également (quelques degrés).

- Atténuation :

Les constructeurs de fibre définissent également un paramètre appelé atténuation en dB/km. Généralement, on nomme α l'atténuation en amplitude du champ électrique. L'atténuation en puissance est donc 2α. La loi de Beer-Lambert reliant la puissance incidente P(o) à la puissance de sortie P(L) après un parcourt de longueur L s'écrit :

$$P(L) = P(o) \exp(-2\alpha L)$$

L'atténuation est définie comme dix fois le logarithme décimal du rapport des puissances :

$$a = 10 \log_{10} (P(L)/P(o))$$

ainsi, en remplaçant, nous obtenons :

$$a = 10 \log_{10} (\exp(2\alpha L)) = 10(2\alpha L)\log_{10}(e)$$

soit : $a/L = 4{,}34(2\alpha) = \alpha_T$.

Cette équation relie 2α et α_T l'atténuation en puissance dont l'unité est le dB/km.

L'atténuation est due à l'absorption par les vibrations du réseau de la silice (infrarouge) et à la diffusion Rayleigh par les inhomogénéités microscopiques. En outre certaines impuretés difficiles à éliminer lors de la fabrication (ions OH^- par exemple) contribuent à l'absorption. Les défauts de réalisation ainsi que les courbures de la fibre augmentent encore l'atténuation globale.

Pour des applications telles que les télécommunications nécessitant des dizaines voire des centaines de kilomètres de fibre, il est primordial

que l'atténuation soit la plus faible possible. Dans notre application, nous n'utilisons que quelques dizaines de mètres de fibre, ce paramètre est donc sans grande importance.

II.1.4 - Choix de la fibre pour l'interféromètre

Dans notre capteur interférométrique de courant, nous mesurons en sortie de fibre la phase induite par le champ magnétique. La fibre doit donc être capable de conserver "l'information phase" lors de la propagation du faisceau. De plus pour que les biréfringences réciproques (température, pression) soient éliminées, il importe que les trajets suivis par les deux ondes contra-propagatives ainsi que leur état de polarisation soient les mêmes afin de rendre le montage parfaitement non réciproque. Seule une fibre monomode peut à la fois conserver un mode de propagation donné sans déformation de son état de polarisation (conservation de la phase) et rendre les deux trajets identiques. C'est donc ce type de fibre que nous devons employer dans notre montage.

II.1.5 - Résistance mécanique des fibres monomodes

Une très grande disparité de résistances mécaniques est apparue entre les fibres provenant de diverses fabrications, certaines cassant à la moindre contrainte. Certaines fibres optiques datant du début des fibres monomodes possèdent un revêtement plastique très mince (fibre 1).
Ces propriétés de résistance mécanique soit à la torsion, soit à la flexion ne sont pas répertoriées dans les caractéristiques fournies par le constructeur. Nous avons dû quantifier la résistance mécanique par deux paramètres : le rayon minimum de courbure et la résistance à la torsion avant cassure. La mesure de ces paramètres nous oblige à effectuer un contrôle destructif sur un échantillon d'une fibre donnée. Les résultats obtenus nous permettent de classer les fibres par ordre de solidité et de les utiliser ensuite en gardant une marge de sécurité.

A titre d'exemple : une des fibres non gainée (dont nous possédons un échantillon) casse sous un rayon de courbure de 5 cm et pour une torsion de 30 tours par mètre. Une des fibres gainées supporte un rayon de courbure de 2 mm et plus de 200 tours de torsion au mètre (voir chapitre II.8.1).

II.1.6 - Modes de propagation dans une fibre unimodale - Biréfringences

Nous venons de voir qu'une fibre unimodale a la propriété de permettre la propagation d'un seul mode électromagnétique.

La polarisation de ce mode est en fait dégénérée et peut être décomposée sur une base de dimension 2 dont les vecteurs propres U et V sont orthogonaux. Cette base a deux représentations, duales l'une de l'autre, (P. GRAINDORGE, 1980 ; J.I. SAKAI et al., 1981) :

- La représentation en "polarisation linéaire" où U et V sont des vecteurs champ électrique polarisés linéairement E_x et E_y.
- La représentation en "polarisation circulaire" où U et V sont des vecteurs champ électrique polarisés circulairement droite et gauche C_+ et C_-.

Ainsi un état de polarisation quelconque $\mathcal{E}$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire des vecteurs de base dans l'une ou l'autre des représentations :

$$\mathcal{E} = \lambda_x E_x + \lambda_y E_y \qquad \text{ou} \qquad \mathcal{E} = \mu_+ C_+ + \mu_- C_-$$

λ_x, λ_y, μ_+ et μ_- étant des nombres complexes.

Les relations permettent de passer d'une base à l'autre soit :

Polarisation linéaire	$\longrightarrow$ $\longleftarrow$	Polarisation circulaire
$\sqrt{2}\, C_+ = E_x + iE_y$		$\sqrt{2}\, E_x = C_+ + C_-$
$\sqrt{2}\, C_- = E_x - iE_y$		$i\sqrt{2}\, E_y = C_+ - C_-$

Les vecteurs de base étant normés :

$$|E_x|^2 + |E_y|^2 = |C_+|^2 + |C_-|^2 = 1$$

$$\Rightarrow E_x^* E_x + E_y^* E_y = C_+^* C_+ + C_-^* C_- = 1$$

et orthogonaux :

$$C_+^* C_- = 0 \Rightarrow E_y = \pm iE_x$$

$$E_x^* E_y = 0 \Rightarrow C_+^* C_+ = C_-^* C_-$$

les deux bases formées sont donc orthonormées.

Dans une fibre monomode idéale, les constantes de propagation et les indices de réfraction sont identiques pour deux polarisations croisées (linéaires ou circulaires). Cependant dans une fibre réelle la dégénérescence des ondes peut être levée. Ceci est dû à certains défauts de fabrication ou à des contraintes exercées sur la fibre. Cette différence d'indice produit une différence entre les vitesses de phase de deux ondes polarisées linéairement se propageant parallèlement à deux axes particuliers appelés axes rapide et lent. Ceci provoque une biréfringence de type linéaire : la fibre possède alors deux modes propres distincts :

- Onde initiale :

$$\mathcal{E}(o) \begin{cases} E_x\, e^{i\omega t} \\ E_y\, e^{i\omega t} \end{cases}$$

- Après un parcours de longueur L dans la fibre :

$$\mathcal{E}(\ell) \begin{cases} E_x\, e^{i(\omega t - \eta_x L)} \\ E_y\, e^{i(\omega t - \eta_y L)} \end{cases}$$

η_x et η_y sont les constantes de propagation suivant les axes $\vec{x}$ et $\vec{y}$, supposés indépendants du point (x,y,z) dans la fibre.

L'état de sortie peut également s'écrire :

$$\mathcal{E}(\ell) = e^{i\omega t}.e^{-i\eta_x L}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{-i\Delta\beta L} \end{pmatrix}$$

où $\Delta\beta$, la biréfringence linéaire, est définie comme la différence des constantes de propagation :

$$\Delta\beta = \eta_y - \eta_x = (2\pi/\lambda) \times (n_y - n_x) = (2\pi/\lambda)\Delta n$$

n_y et n_x sont les indices de réfractions associées aux axes rapide et lent. Physiquement, ces axes correspondent aux directions de polarisations linéaires conservées au cours de la propagation.

Nous venons de rappeler les effets de la biréfringence linéaire, il existe également une autre biréfringence (duale de la biréfringence linéaire) : la biréfringence circulaire (*).

Dans ce cas les modes propres de propagation sont des modes circulaires inverses notés C_+ ou C_-. A chacun de ces deux sens de rotation est associée une constante de propagation η_+ et η_- respectivement.

L'onde initiale étant de la forme :

$$\begin{cases} C_+(o) = E_o(\vec{x}+i\vec{y})e^{i\omega t} \\ \\ C_-(o) = E_o(\vec{x}-i\vec{y})e^{i\omega t} \end{cases}$$

après un parcours de longueur L dans une fibre présentant uniquement une biréfringence circulaire, l'onde finale prend la forme :

$$\begin{cases} C_+(L) = C_+(o)\ e^{-i\eta_+ L} \\ \\ C_-(L) = C_-(o)\ e^{-i\eta_- L} \end{cases} = e^{-i\eta_+ L} \begin{cases} C_+(o) \\ \\ C_-(o)\ e^{-i(\omega_b L)} \end{cases}$$

ω_b est la biréfringence circulaire définie comme la différence entre les constantes de propagation η_- et η_+ :

$$\omega_b = \eta_- - \eta_+ = \frac{2\pi}{\lambda}(n_- - n_+) = \frac{2\pi}{\lambda}\,\Delta n$$

avec n_+ et n_- étant les indices de réfraction associés au sens (+) et (-) de polarisation.

L'équation définissant l'onde finale montre que le plan de polarisation a tourné de $\omega_b L$ après un parcours de longueur L dans la fibre.

Dans le cas plus général d'une fibre possédant les deux types de biréfringence linéaire et circulaire, les états propres de polarisation sont des états elliptiques.

(*) Il peut s'agir soit d'une biréfringence circulaire intrinsèque de la fibre, soit d'une biréfringence circulaire induite par torsion, soit d'une biréfringence magnétique circulaire induite par effet Faraday.

II.2 - POLARISATION DE LA LUMIERE DANS LA FIBRE (A.M. SMITH, 1978)

II.2.1 - Problème de la conservation d'un état de polarisation

Le montage interférométrique utilise une des propriétés fondamentales de l'effet Faraday : sa non-réciprocité. Il importe donc qu'en chaque point de la boucle commune aux deux ondes, l'état de polarisation de chaque onde soit le même. C'est-à-dire que la polarisation des ondes ne change pas au cours de la propagation dans la fibre.

De plus comme nous l'avons déjà mentionné la fibre doit pouvoir conserver "l'information phase". Cette phase est le paramètre directement influencé par le courant à mesurer. L'effet Faraday déphase des ondes d'état circulaires il importe donc que la fibre puisse laisser se propager de telles ondes sans modification de leur état de polarisation(::).

Nous allons donc étudier dans les paragraphes suivants, l'évolution de l'état de polarisation d'une onde dans la fibre lors de la propagation. Nous montrerons qu'il est possible de conserver un état de polarisation dans une fibre optique non parfaite en contraignant celle-ci mécaniquement.

II.2.2 - Evolutions de l'état de polarisation dans la fibre (A. SIMON and R. ULRICH, 1977)

Dans les paragraphes précédents, nous avons montré la nécessité de conserver les états de polarisation circulaire des ondes qui se propagent dans la fibre. Toute fibre possède une biréfringence linéaire intrinsèque (:::) qui modifie l'état de polarisation (E.D.P.) d'une onde lumineuse lors de sa propagation guidée, il s'agit de quantifier l'influence de cette biréfringence sur la qualité de la mesure.

(::) Supposons qu'une forte biréfringence linéaire impose, lors de la propagation de l'onde dans la fibre, que l'état de polarisation circulaire incident ne soit pas conservé et varie cycliquement entre des états elliptique direct et elliptique inverse. L'effet Faraday étant de nature réciproque, inverser le sens de la polarisation revient à inverser le sens de propagation vis-à-vis de la phase induite (annexe II) : la phase induite est $+\psi_F$ lorsque l'E.D.P. est direct et $-\psi_F$ lorsque l'E.D.P. est inverse. Globalement, la phase n'est plus égale à $2 N V_e I$ mais à une valeur très inférieure (moyenne du déphasage Faraday le long de la fibre).

(:::) Ce phénomène est dû au procédé de fabrication des fibres : celui-ci consiste à étirer les fibres à partir d'une préforme placée dans un four. Ce procédé a pour effet de rendre la fibre équivalente à un milieu dont l'axe optique principal est celui de l'étirage. De plus des imperfections au niveau de la circularité du coeur et de la gaine apparaissent lors de la fabrication, font qu'il existe une différence entre les indices des axes optiques situés dans une section droite de la fibre. Cette différence crée une biréfringence linéaire qui se trouve être relativement élevée dans les fibres monomodes actuelles en regard de leur biréfringence circulaire intrinsèque.

Le problème de la propagation d'un champ électromagnétique dans un milieu biréfringent peut être traité par deux méthodes :

- La première méthode consiste à déduire une relation matricielle entre le champ E(o) à l'entrée et E(z) à l'abscisse z le long de la direction de propagation. Ce calcul matriciel développé initialement par C. Jones (1941, 1942, 1947, 1948, 1956), une fois adapté à la propagation dans une fibre, permet de suivre analytiquement l'état de polarisation d'une onde au cours de sa propagation. Cependant, il est difficile de se faire une représentation physique simple permettant de percevoir les paramètres prépondérants qui modifient cet état de polarisation.

- La deuxième méthode est en fait une technique graphique due à Poincaré et qui fournit une image physique des modifications de l'état de polarisation (E.D.P.) dans la fibre par l'évolution d'un point sur une sphère. Les quelques règles simples définissant l'évolution de ce point sont en fait la transposition géométrique et vectorielle du calcul analytique de Jones.

Nous allons donc utiliser les méthodes de Jones et Poincaré afin de mieux comprendre les phénomènes qui modifient l'E.D.P. dans la fibre. Nous montrerons que la méthode de Poincaré peut, moyennant certaines hypothèses et calculs, fournir elle aussi des expressions analytiques définissant l'état de polarisation. Nous verrons que dans certains cas une représentation est mieux adaptée que l'autre pour décrire les phénomènes.

II.3 - REPRESENTATION SPHERIQUE DE POINCARE

II.3.1 - Représentation géométrique d'un état de polarisation

Nous avons vu au paragraphe II.1.6 qu'il est possible de décomposer un mode se propageant dans une fibre unimodale sur deux bases de vecteurs propres duales l'une de l'autre : la décomposition en termes de polarisations linéaires est celle en terme de polarisations circulaires. Nous avons également étudié l'influence des biréfringences linéaires et circulaires des fibres sur l'évolution de ces polarisations lors de la propagation.

Nous allons dans ce paragraphe utiliser la décomposition en terme de polarisations circulaires et représenter géométriquement l'évolution de l'état de polarisation du faisceau lumineux, grâce à la "représentation sphérique de Poincaré", (H. POINCARE, 1892 ; M. JOHNSON, 1981 ; R. ULRICH, 1977).

Par définition sur la sphère de Poincaré, les pôles Nord et Sud représentent chacun un état de polarisation circulaire C_- et C_+ respectivement. Tout point P situé sur l'équateur à la longitude 2φ représente un état de polarisation linéaire d'orientation φ par rapport à l'axe rapide de la fibre. Un état de polarisation elliptique gauche (droit), d'ellipticité $e = \operatorname{tg} \Psi$ est situé dans l'hémisphère Nord (Sud) à la longitude 2φ et à la latitude $+(-)\ 2\Psi$. Au cours de la propagation de l'onde dans la fibre, le point P situé sur la sphère représentant l'état de polarisation évolue. Il décrit une trajectoire $C(\ell)$ où ℓ est la longueur du trajet parcouru selon la direction de propagation.

La vitesse locale $dC(\ell)/d\ell$ ainsi que la direction d'évolution du point P sont données par l'intégration des équations de couplage de modes. Sur la sphère, une telle intégration est représentée par une rotation du point P autour d'un axe $\vec{\Gamma}$ dont la direction est donnée par la somme vectorielle $\vec{\Delta\beta} + \vec{\omega}_b$ (représentant respectivement la biréfringence linéaire : appartenant à l'équateur et la biréfringence circulaire : appartenant à l'axe polaire).

Cette rotation se fait à la vitesse $|\vec{\Gamma}|$ telle que :

$$\frac{dC(\ell)}{dt} = \vec{\Gamma}(\ell) \wedge C(\ell)$$

Le produit vectoriel correspond en effet à une rotation sur la sphère de Poincaré.

Pour fixer les idées, considérons le cas d'une seule biréfringence circulaire (figure 16). L'axe de rotation $\vec{\Gamma} = \overrightarrow{\omega_b}$ appartient à l'axe polaire. L'E.D.P. initial de coorconnées $(2\varphi, 2\Psi)$ se transforme après un parcours de longueur ℓ en un point $(2\varphi', 2\Psi')$ de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mathcal{E}(o) = \mu_+ C_+ + \mu_- C_- \\ \mathcal{E}(\ell) = e^{i\frac{\omega_b \ell}{2}} . \mu_+ C_+ + e^{-i\frac{\omega_b \ell}{2}} . \mu_- C_- \end{cases}$$

Seule la différence des arguments des coefficients de C_+ et C_- a changé, elle a augmenté de $\omega_b \times \ell$.

Ainsi un état de polarisation $(2\varphi, 2\Psi)$ se transforme en $(2\varphi + \omega_b \ell, 2\Psi)$. La biréfringence circulaire a donc pour effet de faire tourner l'E.D.P. d'un angle $\omega_b \times \ell$ autour de l'axe des pôles.

Par dualité, on voit immédiatement que la biréfringence linéaire d'états propres H et V a pour effet de faire tourner l'état de polarisation autour de l'axe HV d'un angle $\Delta\beta.\ell$ (figure 17).

Dans le cas où la fibre possède simultanément les deux sortes de biréfringence (linéaire et circulaire), le déplacement est une rotation d'angle $|\vec{\Gamma}|.\ell = \sqrt{\omega_b^2 + \Delta\beta^2}.\ell$ autour d'un axe de longitude identique à celle de l'axe rapide de la biréfringence linéaire et de latitude $\varphi = \text{Artg}\left(\frac{\omega_b}{\Delta\beta}\right)$ (figure 18).

Dans le cas où la vitesse est constante lors de la propagation $d|\vec{\Gamma}|/d\ell = 0$, tout état de polarisation se reproduit à chaque longueur de battement :

$$L_b = \frac{2\pi m}{|\vec{\Gamma}|} = \frac{2\pi m}{\sqrt{\omega_b^2 + \Delta\beta^2}} \quad ; \quad m \in \mathbb{N}$$

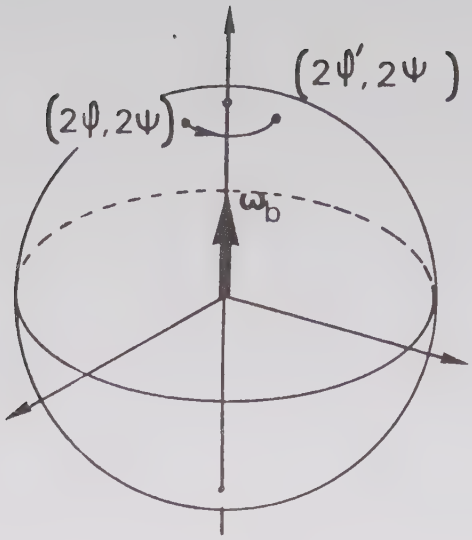


Figure 16 : Biréfringence circulaire uniquement.

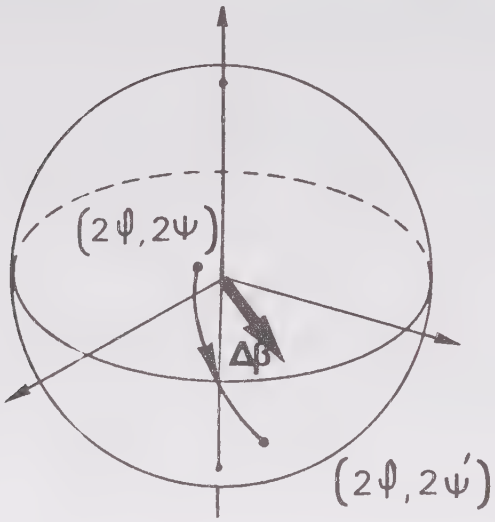


Figure 17 : Biréfringence linéaire uniquement.

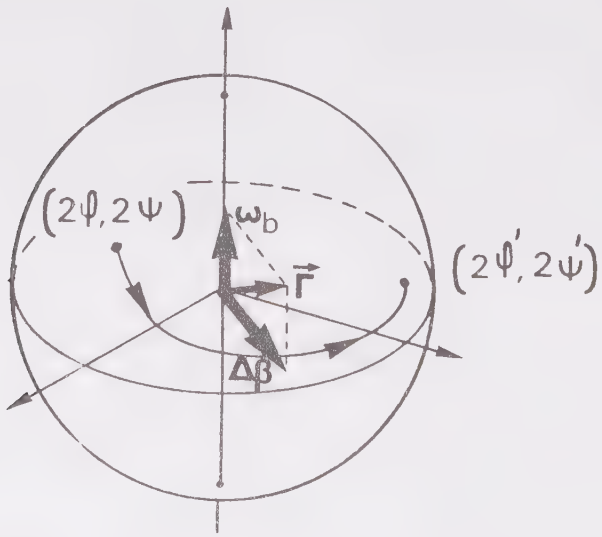


Figure 18 : Biréfringence circulaire
+ Biréfringence linéaire.

II.3.2 - Torsion de la fibre

La représentation de Poincaré montre clairement que pour conserver un état de polarisation circulaire (ellipticité ± 1) il faut "confiner" le point représentatif près du pôle correspondant sur la sphère. Physiquement, ceci revient à réaliser une fibre présentant une biréfringence linéaire nulle ou tout au moins négligeable devant la biréfringence circulaire. Les fibres unimodales actuelles présentant une biréfringence circulaire très faible devant la linéaire (*), R. Ulrich (1979) a le premier proposé de les torsader suivant l'axe, d'une torsion régulière (**). Cette torsion fait tourner les axes rapide et lent de la fibre et a pour effet d'induire un certain taux de biréfringence circulaire. Ulrich a calculé au moyen du tenseur élasto-optique associé à la fibre que le taux de biréfringence circulaire k_b induit par unité de longueur est (dans le repère du laboratoire) proportionnel à la torsion τ avec un coefficient de proportionnalité g compris entre 0.14 et 0.16 pour les fibres en silice.

Nous allons dans le paragraphe suivant représenter sur la sphère de Poincaré, l'évolution d'un état de polarisation en fonction de la torsion appliquée à la fibre.

(*) Divers laboratoires tels que le L.C.R.-CORBEVILLE de la Société THOMSON, la Société C.G.E. à MARCOUSSIS et le C.N.E.T. à LANNION, travaillent actuellement à la réalisation de fibres dont la biréfringence circulaire intrinsèque serait très supérieure à la biréfringence linéaire, ces fibres conserveront naturellement les états de polarisation. Voir : A.J. BARLOW, J.J. RAMSKOV-HANSEN and D.N. PAYNE, 1981.

(**) Depuis cette date de nombreux auteurs ont étudié l'effet de torsion, voir par exemple : M. MONERIE et L. JEUNHOMME, 1980 ; A.M. SMITH, 1980.

II.3.3 - Référentiel du laboratoire et référentiel lié à la fibre

Notons (x_o, y_o, z_o) le point attaché à la sphère qui représente l'état de polarisation initial. En tout point dans la fibre, cet état est représenté (figure 19) par la trajectoire décrite lors de la rotation du point (x_o, y_o, z_o) autour de l'axe vectoriel $\vec{\Gamma}$.

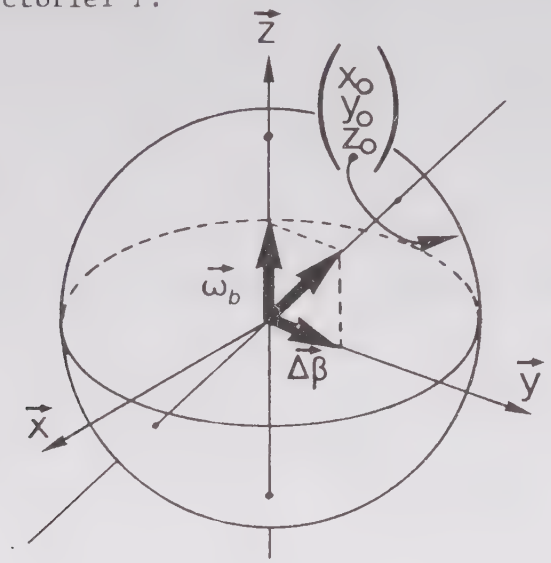


Figure 19 : Evolution de l'état de polarisation lors de la propagation.

Nous avons deux référentiels possibles pour les représentations :

- le référentiel fixe lié au laboratoire,
- le référentiel tournant lié à la fibre.

Le référentiel tournant se déduit du référentiel lié au laboratoire par une rotation de τz autour de $\vec{z}$ (τ étant le taux de torsion en tours par mètre). Au paragraphe II.3.4 il est montré que le paramètre physique définissant la conservation d'un état de polarisation est invariant d'un référentiel à l'autre. Pour des raisons de simplicité de calcul nous choisirons le référentiel tournant.

Pour effectuer le passage du référentiel fixe du laboratoire au référentiel mobile de la fibre, il est indispensable de tenir compte du fait que les directions propres de la fibre tournent avec elles lors de la torsion. Dans le système tournant les axes propres de la fibre ont une direction fixe. Choisissons la position de la sphère de manière à ce que l'axe rapide de la fibre

soit situé sur l'axe $\overrightarrow{Oy}$ ($\varphi = 0$) et cherchons ce que vaut la biréfringence circulaire dans ce repère. Nous savons que celle-ci est caractérisée par son pouvoir rotatoire, nos expériences (chapitre II.6) ont confirmé les calculs d'Ulrich : la biréfringence circulaire induite k_b et la torsion τ sont dans le rapport $g = k_b/\tau \simeq 0,148$ dans le référentiel du laboratoire. Choisissons par exemple, une onde à polarisation linéaire et étudions l'évolution de son E.D.P. au cours de la propagation dans la fibre.

Dans le repère lié au laboratoire, la polarisation tourne à la vitesse $k_b/2$. Dans le repère lié à la fibre qui tourne lui-même par rapport au laboratoire à la vitesse τ, cette polarisation semble donc tourner à la vitesse $k_b/2 - \tau$. La biréfringence circulaire apparente k_b' dans le repère de la fibre est donc $k_b - 2\tau$.

La polarisation décrit donc sur la sphère mobile (liée à la fibre) un cercle de longitude 0 et de latitude :

$$\mathrm{Artg}[(k_b - 2\tau)/\Delta\beta] = \mathrm{Artg}[(0,148-2)\tau/\Delta\beta]$$

(voir figure 20), cette rotation se faisant à la vitesse :

$$\sqrt{\Delta\beta^2 + [(0,148-2)\tau]^2}$$

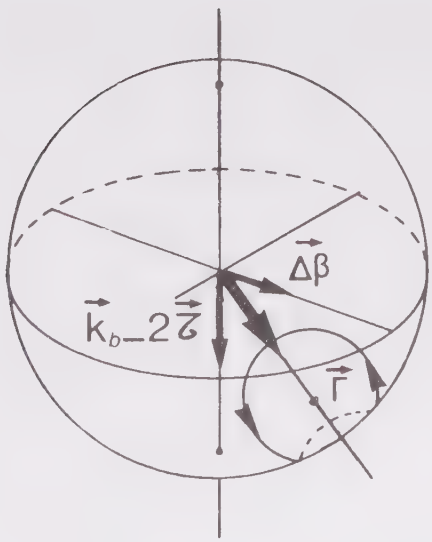


Figure 20 : Evolution d'un E.D.P. linéaire dans une fibre torsadée.

Si nous voulons retourner dans le repère fixe lié au laboratoire, il faut remarquer que le repère mobile tourne à la vitesse τ, l'axe $\vec{\Gamma}$ tourne donc lui aussi à la vitesse τ puisqu'il est lié au repère mobile. Ainsi, dans le repère lié au laboratoire, l'évolution du point (z_o, y_o, z_o) est représentée par la combinaison de deux mouvements : la rotation de l'axe $\vec{\Gamma}$ autour de $\vec{z}$ à la vitesse τ et la rotation du point autour de $\vec{\Gamma}$. Le point P est donc animé d'un mouvement de cycloïde sur la sphère (figures 21 et 22).

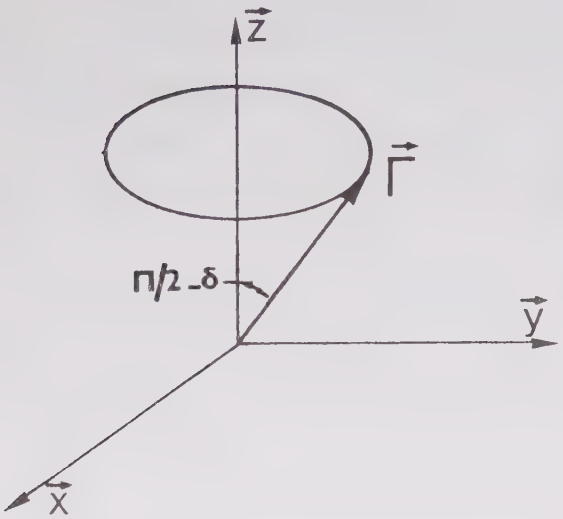


Figure 21 : Rotation du vecteur $\vec{\Gamma}$ autour de l'axe des pôles.

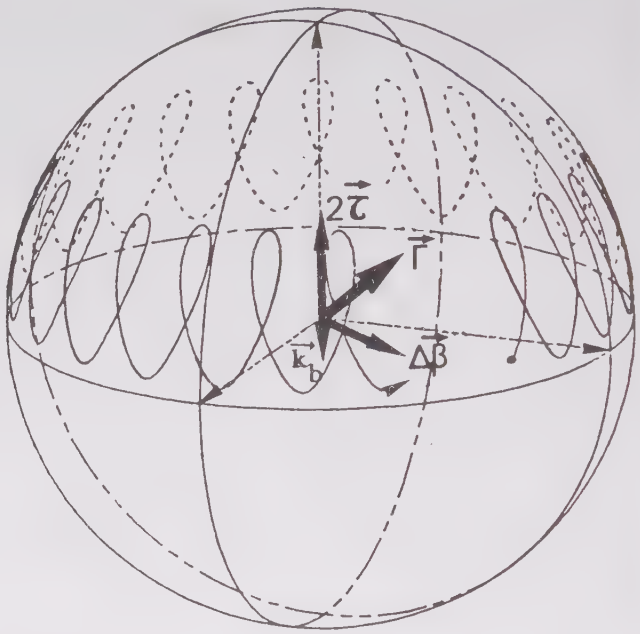


Figure 22 : Evolution de l'E.D.P. dans le repère du laboratoire.

Les figures 23 a, b, c représentent l'évolution d'un état de polarisation linéaire dans le repère du laboratoire ainsi que dans celui de la fibre, ceci pour trois taux de torsion différents.

Les figures 24 a, b, c représentent l'évolution d'un état de polarisation circulaire dans les mêmes conditions.

La méthode de représentation de Poincaré permet donc de comprendre physiquement l'évolution d'un E.D.P. grâce à une représentation graphique de qualité. Cependant elle est insuffisante pour quantifier le taux de torsion nécessaire pour conserver une polarisation (cas c/ des figures 23 et 24).

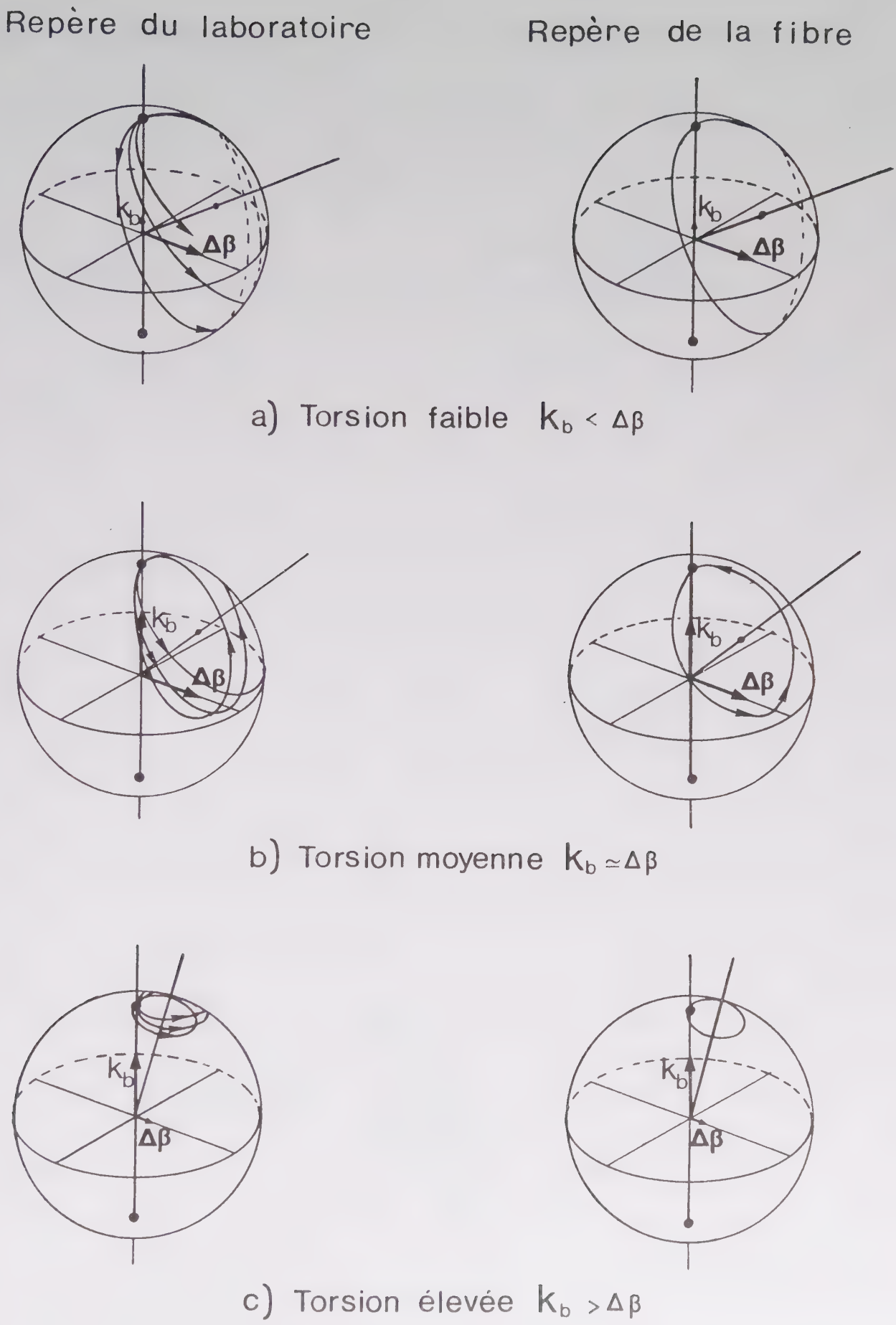


Figure 23 : Evolution de l'E.D.P. circulaire dans les deux repères pour diverses torsions.

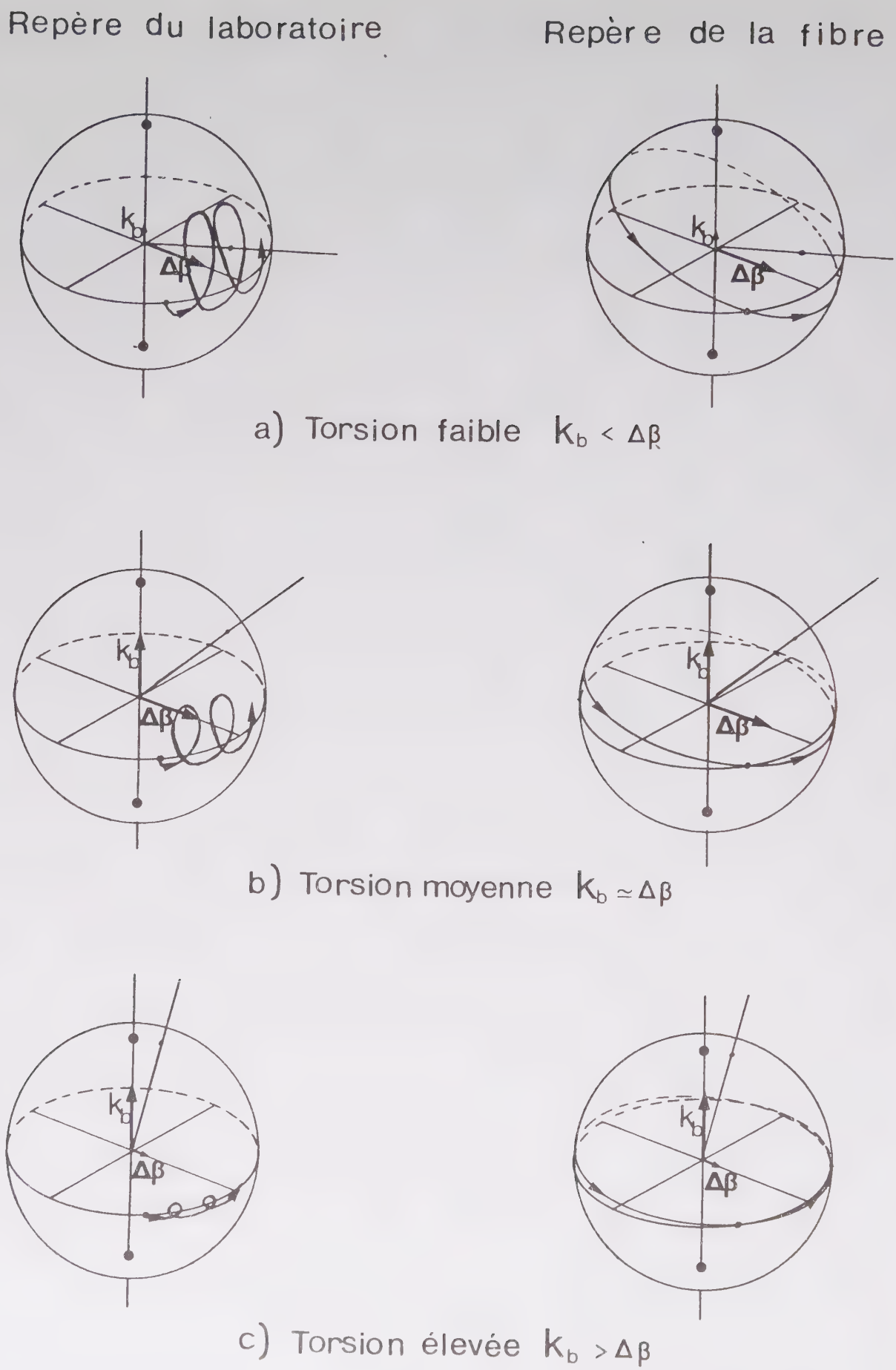


Figure 24 : Evolution de l'E.D.P. linéaire dans les deux référentiels pour diverses torsions.

Du fait qu'il est nécessaire de définir précisément à partir de quelle torsion la biréfringence circulaire induite est suffisamment élevée pour compenser les effets de la biréfringence linéaire intrinsèque, dans le paragraphe suivant nous allons introduire le paramètre ellipticité e qui définit à son orientation près l'état de polarisation d'une onde.

II.3.4 - Ellipticité d'un faisceau lumineux dans la fibre

Les composantes du champ électrique d'une onde polarisée elliptiquement peuvent par un choix convenable de l'origine des temps être mis sous la forme :

$$E_x = A\cos\omega t \qquad E_y = B\cos(\omega t+\varphi)$$

Ces équations représentent une ellipse inscrite dans un rectangle de côtés 2A et 2B (figure 25).

Une telle ellipse peut être caractérisée par l'orientation θ du grand axe par rapport à un axe de référence Ox et par son ellipticité e :

$$e = \operatorname{tg}\Psi = \frac{B}{A}$$

ainsi :

$$e \in [-1,1]$$

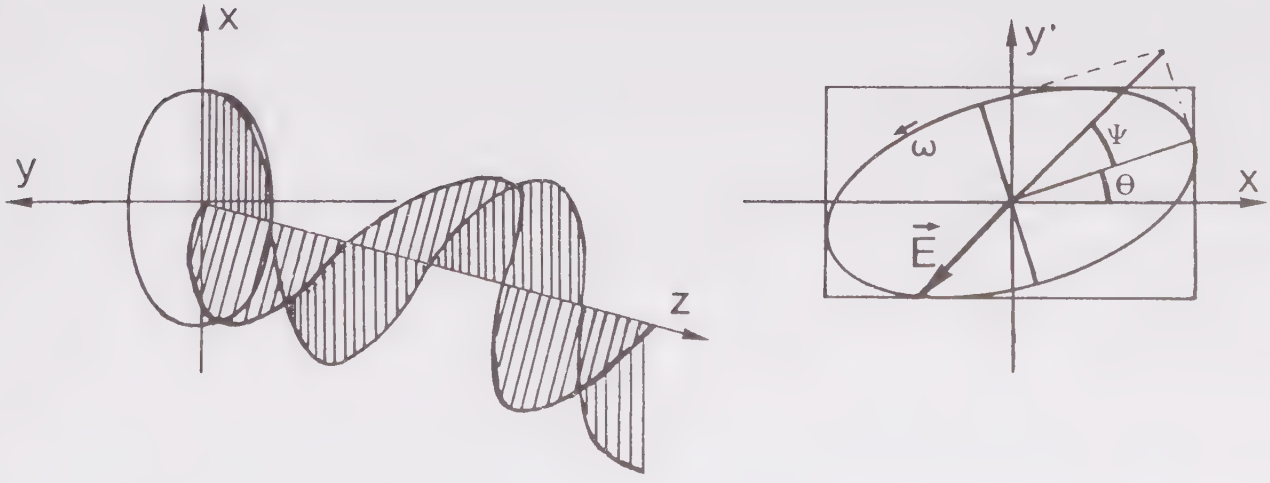


Figure 25 : Lumière polarisée elliptiquement.

Ce paramètre d'ellipticité définit l'E.D.P. de la polarisation (à l'orientation près). Le tableau suivant définit l'ellipticité des E.D.P. possibles avec leur position sur la sphère de Poincaré :

Etat de polarisation	Ellipticité	Position sur la sphère
Circulaire gauche	1	Pôle Nord
Elliptique gauche	$1 < e < 0$	Hémisphère Nord
Linéaire	0	Equateur
Elliptique droit	$-1 < e < 0$	Hémisphère Sud
Circulaire droit	-1	Pôle Sud

Tableau 26 : Ellipticité et position sur la sphère des divers E.D.P.

Calculons l'ellipticité de la vibration à partir de la position du point représentatif de son E.D.P.

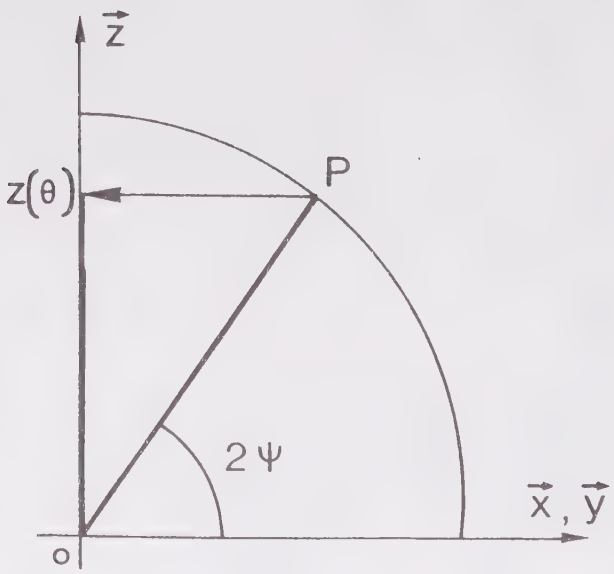


Figure 27 : Coupe de la sphère de Poincaré suivant le méridien contenant le point P.

Le sinus de la latitude 2Ψ du point P nous permet de relier $z(\theta)$ et l'angle 2Ψ :

$$\sin 2\Psi = \frac{z(\theta)}{|\overrightarrow{OP}|} = z(\theta) \Rightarrow 2\Psi = \text{Arsin } z(\theta)$$

or l'ellipticité $e = \text{tg } \Psi$, ainsi :

$$e = \left[\text{tg } \frac{1}{2} \text{ Arsin } z(\theta)\right]$$

L'ellipticité est donc uniquement fonction de la composante suivant $\vec{z}$. Le passage du système de coordonnées lié à la fibre à celui lié au laboratoire s'effectue par une rotation de la sphère autour de l'axe oZ, l'ellipticité est donc invariante lors de cette transformation.

Un calcul matriciel et trigonométrique effectué dans l'annexe III nous fournit l'expression de $z(\theta)$:

$$z(\theta) = x_o \cos\delta(\sin\theta.\cos 2\varphi - \sin 2\varphi.\sin\delta.(1-\cos\theta))$$
$$+ y_o \cos\delta(\sin\theta.\sin 2\varphi - \cos 2\varphi.\sin\delta.(1-\cos\theta))$$
$$+ z_o (\cos\theta.\cos^2\delta + \sin^2\delta)$$

avec :

(x_o, y_o, z_o) : les coordonnées du point initial sur la sphère,

2φ : la longitude du point P, $\text{tg } \delta = ((k'_b - \omega_b)/\Delta\beta)$,

k'_b et ω_b : les biréfringences circulaires apparente et intrinsèque,

$\Delta\beta$: la biréfringence linéaire, θ représentant la rotation autour de l'axe Γ donc la propagation dans la fibre.

Cette expression peut paraître un peu compliquée mais nous allons maintenant montrer que sous certaines hypothèses elle devient extrêmement simple :

- Si la polarisation d'entrée dans la fibre est de type linéaire $z_o = 0$, x_o et y_o sont quelconques avec $x_o^2 + y_o^2 = 1$. La figure 28 nous montre l'évolution d'une telle polarisation, dans ce cas :

  $$z(\theta) = \cos\delta[\cos\alpha.\sin\theta - \sin\alpha.\sin\delta.(1-\cos\theta)]$$

  en posant $x_o = \cos\alpha$ et $y_o = \sin\alpha$ et en faisant $\varphi = 0$, c'est-à-dire l'axe du biréfringent suivent $\overrightarrow{Ox}$.

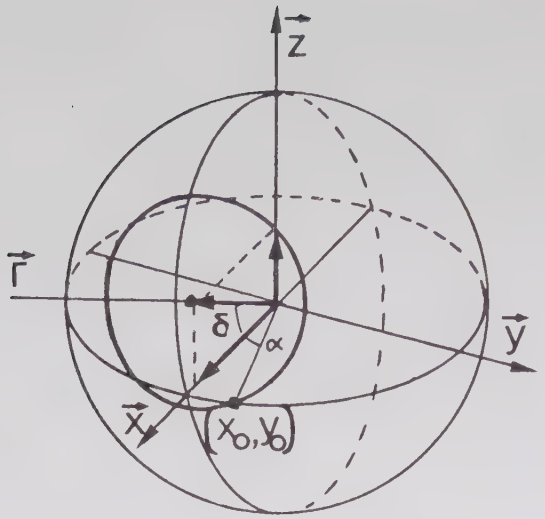


Figure 28 : Polarisation linéaire incidente dans le repère de la fibre.

- Si la polarisation initiale est de type circulaire, c'est-à-dire du type de polarisation retenue pour notre interféromètre, les coordonnées initiales sont $x_o = y_o = 0$ et $z_o = \pm 1$ (le point P représentatif de l'état initial est situé à l'un des pôles Nord ou Sud suivant le sens gauche ou droit de la polarisation).

  Dans ce cas l'ellipticité est donnée par les relations :

$$z(o) = \cos\theta \cos^2\delta + \sin^2\delta$$

  et :

$$e = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}(\operatorname{Arsin} z(o))\right]$$

Les trois courbes de la figure 29 représentent l'évolution de l'ellipticité (polarisation initialement circulaire) lors de la propagation, en fonction de la torsion et de la propagation dans la fibre, pour trois taux de biréfringence linéaire différents.

Nous remarquons immédiatement que le fait d'augmenter la biréfringence linéaire ne modifie pas la forme de la courbe mais creuse simplement un peu plus chaque lobe. Ce qui correspond à une diminution de l'ellipticité minimale (sur la sphère de Poincaré augmenter la biréfringence linéaire pour une biréfringence circulaire induite donnée revient à faire se rapprocher $\vec{r}$ de l'équateur).

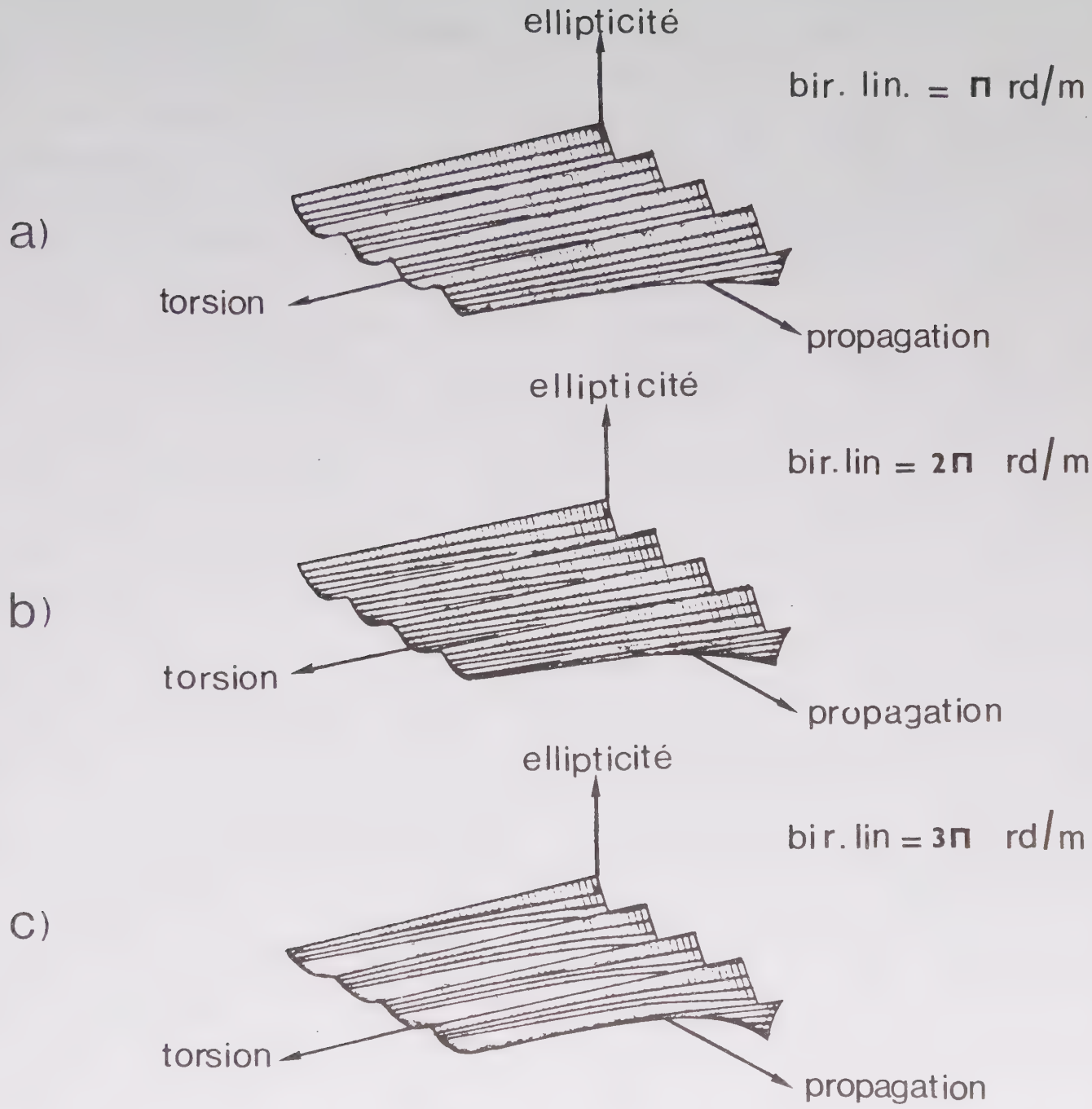


Figure 29 : Evolution de l'ellipticité en fonction de la propagation et de la torsion.

II.4 - METHODE MATRICIELLE DE JONES

II.4.1 - Introduction

La représentation de l'évolution d'un état de polarisation sur la sphère de Poincaré nous a clairement montré les conditions physiques nécessaires pour obtenir des états propres circulaires : une biréfringence linéaire nulle ou une biréfringence circulaire induite infinie. Ces conditions sont des cas limites impossibles à réaliser. Le calcul de l'ellipticité effectué dans le chapitre précédent, nous fournit une expression où intervient l'angle θ représentant la propagation. Nous allons dans ce paragraphe déterminer une autre expression de l'ellipticité dans laquelle interviennent tous les paramètres agissant sur la propagation (biréfringences...).
Nous allons obtenir cette expression de l'ellipticité grâce à la méthode matricielle de Jones appliquée à la propagation dans une fibre. Il convient de déterminer la biréfringence circulaire qu'il est nécessaire d'induire pour obtenir une fibre qui conserve de façon satisfaisante l'état de polarisation circulaire. La façon satisfaisante signifiant que l'on doit se fixer une limite au-dessus de laquelle la fibre est considérée comme conservant la polarisation circulaire.

II.4.2 - Hypothèses de la méthode

Jones a démontré (JONES, 1941 à 1956) qu'un faisceau de lumière polarisée traversant un matériau anisotrope, tel qu'un cristal peut être représenté mathématiquement par une transformation linéaire des composantes du vecteur champ électrique de l'onde. L'effet d'une lame à retard, d'un milieu absorbant, d'un polariseur, d'un cristal ou d'un milieu possédant une activité optique est représenté par une matrice opérant sur le vecteur champ électrique. Une onde plane étant caractérisée par les phases et amplitudes des composantes du vecteur champ électrique, les matrices employées seront donc des matrices de dimension 2 à éléments généralement complexes.

Jones a de plus montré qu'un système optique contenant un certain nombre de lames, rotateurs, polariseurs est optiquement équivalent à un système contenant au plus 4 éléments : 2 lames, 1 polariseur et 1 rotateur. Ceci apporte une simplification non négligeable à l'étude de systèmes optiques complexes.

Nous supposerons par la suite que notre fibre est un milieu propagatif, possédant les deux types de biréfringence intrinsèque : circulaire et linéaire, ainsi qu'une biréfringence circulaire induite par torsion. Par contre le milieu ne présente pas de phénomène de dichroïsme et nous le supposerons non absorbant.

Le calcul matriciel infinitésimal développé dans l'annexe IV nous permet d'obtenir l'expression de la matrice représentative de la fibre, dans le référentiel de la fibre (M') et dans celui du laboratoire (M), ces résultats sont en accord avec ceux donnés par A.J. BARLOW et D.N. PAYNE (1981).

$$\begin{cases} M' = e^{-i\eta z}\begin{bmatrix} A & B \\ -B & A^* \end{bmatrix} \quad ; \quad M = \begin{pmatrix} \cos \tau z & -\sin \tau z \\ +\sin \tau z & \cos \tau z \end{pmatrix}.M' \\ \\ A = \cos \Gamma_o z + \dfrac{i g_o}{\Gamma_o} \sin \Gamma_o z \quad ; \quad B = \dfrac{k_o - \omega_o}{\Gamma_o} \sin \Gamma_o z \\ \\ \Gamma_o = \sqrt{(\omega_o - k_o)^2 + g_o^2} = \dfrac{1}{2} \sqrt{(\omega_b - k_b')^2 + (\Delta\beta)^2} \end{cases} \qquad (5)$$

avec :

ω_o : la demi-biréfringence circulaire intrinsèque de la fibre = $\omega_b/2$,

g_o : la demi-biréfringence linéaire = $\Delta\beta/2$,

k_o : la demi-biréfringence circulaire appárente dans le repère de la fibre = $k_b'/2$.

L'annexe V fournit les vecteurs propres de la matrice M', ce sont les modes propres de propagation de la fibre, c'est-à-dire les états de polarisation pouvant se propager sans déformation. Nous retrouvons les mêmes conclusions qu'avec la méthode de Poincaré : pour rendre circulaires les modes propres de la fibre la biréfringence linéaire doit être nulle ou du moins très inférieure à la biréfringence circulaire.

II.4.3 - Expressions et courbes représentatives de l'ellipticité

Nous allons pour "quantifier" la conservation d'un E.D.P. circulaire dans notre fibre, calculer en sortie de fibre l'ellipticité d'une vibration lumineuse entrée circulaire (C_+ par exemple (*)) dans la fibre.

(*) Si l'on effectue les mêmes calculs avec une onde C_- on obtient :

$$\alpha_- = 1/\alpha_+ \quad \text{et} \quad \varphi_- = \varphi_+$$

Nous devons en premier lieu chercher l'expression du vecteur champ électrique à la sortie de la fibre. Plaçons-nous dans le repère de la fibre pour simplifier les calculs :

$$\mathcal{E}^{(+)}(z) = \begin{pmatrix} E_x^{(+)}(z) \\ \\ E_y^{(+)}(z) \end{pmatrix} = M' \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

en remplaçant M' par l'expression (5) on obtient :

$$E_{\substack{x \\ y}}^{(+)}(z) = \sqrt{1 \pm 2g_o\left(\frac{k_o-\omega_o}{\Gamma_o^2}\right)\sin^2\Gamma_o z}\ \exp\left\{ i\ \mathrm{Artg}\left[\left(\frac{\mathrm{tg}\ \Gamma_o z}{\Gamma_o}\right)^{\pm 1} . (g_o+k_o-\omega_o)\right]\right\}$$

ceci pouvant s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{E}^{+}(z) \propto \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_+ e^{\,i\varphi_+} \end{pmatrix} \qquad (6)$$

en posant α_+ égal au rapport des amplitudes de $E_y(z)$ sur $E_x(z)$ et φ_+ la différence des arguments de $E_y(z)$ et $E_x(z)$, ce qui donne tous calculs faits :

$$\alpha_+ = \sqrt{\frac{\Gamma_o^2 + 2g_o(\omega_o-k_o)\sin^2\Gamma_o z}{\Gamma_o^2 - 2g_o(\omega_o-k_o)\sin^2\Gamma_o z}} \qquad (7)$$

$$\varphi_+ = \mathrm{Artg}\left(\frac{g_o^2 \cos 2\Gamma_o z + (\omega_o-k_o)^2}{g_o\,\Gamma_o\ \sin\ 2\Gamma_o z}\right) \qquad (8)$$

Nous connaissons maintenant l'expression du champ électrique émergeant de la fibre à l'abcisse z, d'une onde entrée circulaire en z = 0. Un calcul effectué dans l'annexe VI nous fournit l'expression de l'ellipticité. L'annexe VII effectue un rapprochement entre l'expression ci-dessus et celle obtenue précédemment par la sphère de Poincaré. Ce calcul indique que les deux expressions sont identiques si l'on pose $\theta = 2\Gamma z$ dans l'expression obtenue par Poincaré :

$$\boxed{e = \frac{\Gamma^2 - 2\Delta\beta\,|\sin\Gamma z|\sqrt{k_b^2 + \Delta\beta^2\cos^2\Gamma z}}{(\omega_b-k'_b)^2 + \Delta\beta^2\ \cos\ 2\Gamma z}} \qquad (9)$$

avec :

$\Gamma = \frac{1}{2}\sqrt{(2-g)^2\ \tau^2 + \Delta\beta^2}$

ω_b : est la biréfringence circulaire intrinsèque en degrés par mètre,

k'_b : la biréfringence circulaire apparente en degrés par mètre,

$\Delta\beta$: la biréfringence linéaire intrinsèque en degrés par mètre,

g : la constante d'Ulrich $\simeq 0.148$ et τ le taux de torsion en degrés par mètre.

La condition pour obtenir une fibre conservant un E.D.P. circulaire, donnée par l'équation (10) nous permet de trouver le comportement asymptotique de l'ellipticité pour les fortes torsions :

$$e \simeq \frac{k'^2_b - 2\Delta\beta . |\sin(k'_b z)| . k_b}{k'^2_b + \Delta\beta^2 \cos(2k'_b z)} \simeq 1 - \frac{2\Delta\beta}{k'_b} |\sin(k'_b z)| \qquad (10)$$

Nous pouvons donc à partir de cette expression de l'ellipticité représenter des courbes d'ellipticité en fonction soit de la biréfringence circulaire induite par torsion, soit de la propagation.

Nous pouvons dès maintenant préciser la forme et les caractéristiques des courbes définissant l'ellipticité en fonction de la biréfringence circulaire induite k_b :

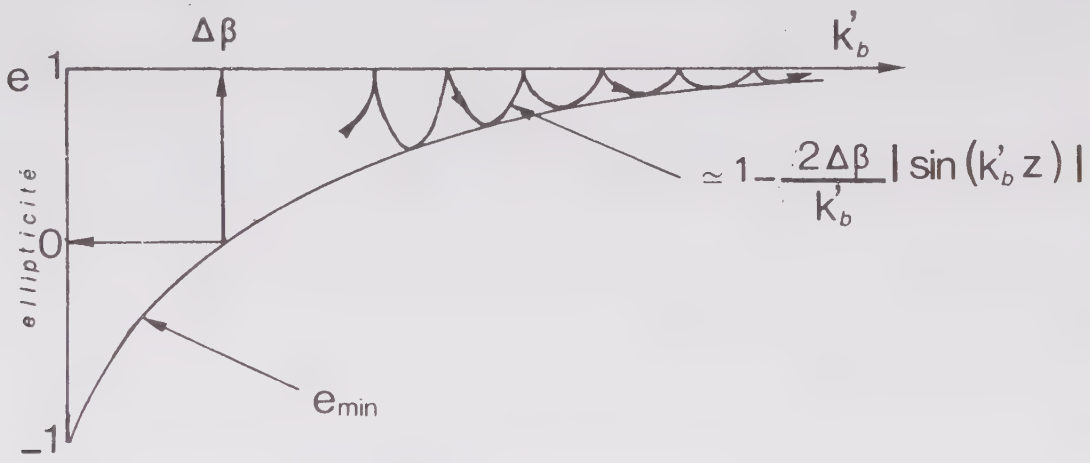


Figure 30 : Ellipticité en fonction de la biréfringence circulaire induite.

On peut remarquer une "pseudo-période" pour cette fonction : tous les $\Gamma.z = m\pi$ l'ellipticité retrouve sa valeur maximale + 1.

Les figures 31 à 34 représentant l'ellipticité en fonction de la torsion montrent clairement que le sens de torsion n'intervient pas : les courbes étant symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

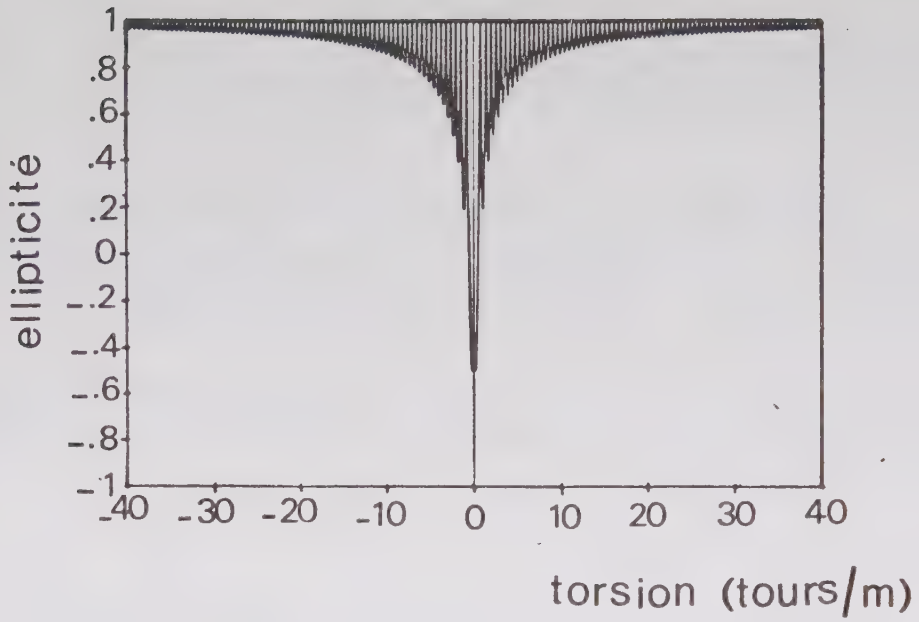


Figure 31 : Ellipticité en fonction de la torsion, pour une biréfringence linéaire de 500°/mètre.

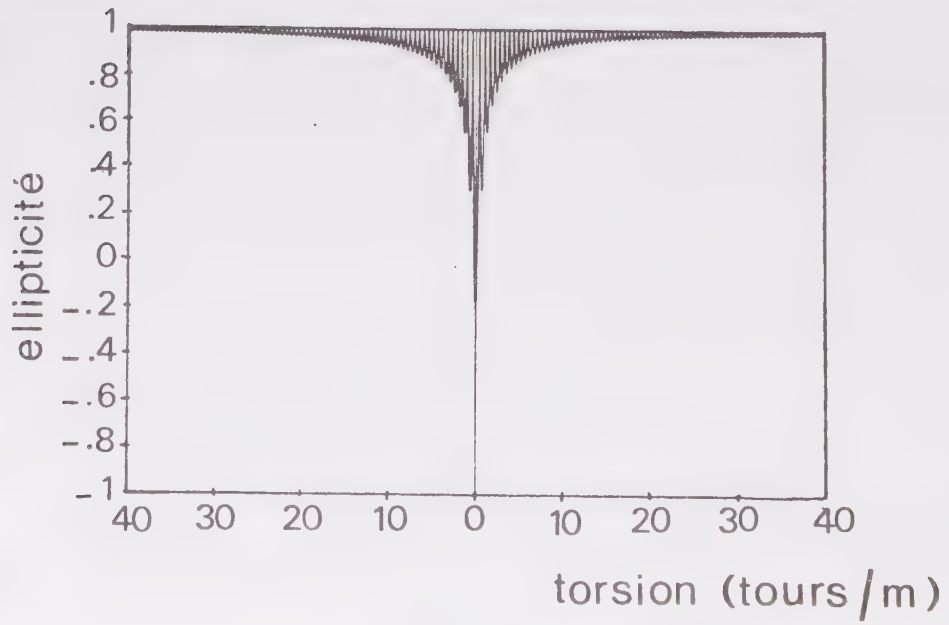


Figure 32 : Ellipticité en fonction de la torsion, pour une biréfringence linéaire de 250°/mètre.

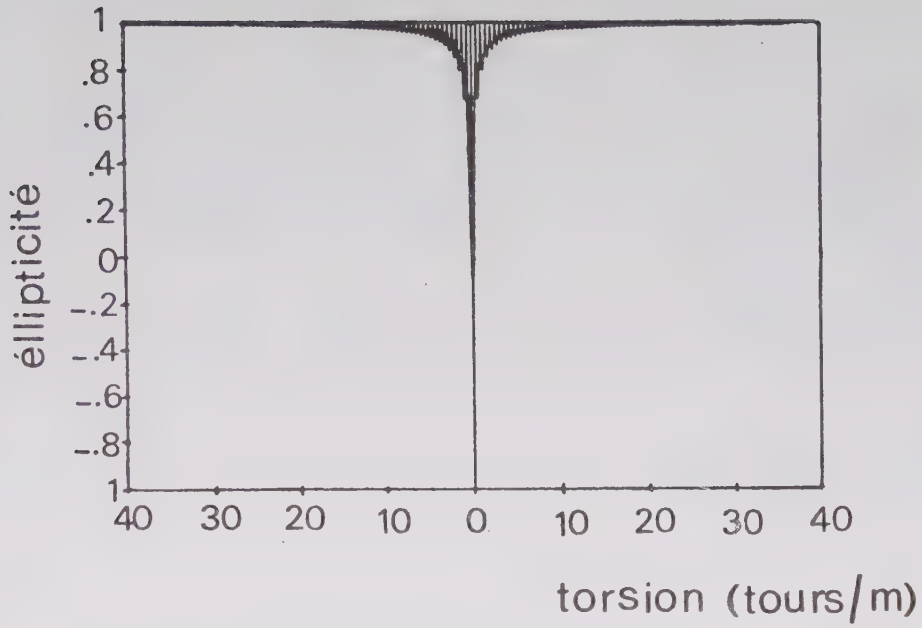


Figure 33 : Ellipticité en fonction de la torsion, pour une biréfringence linéaire de 100°/mètre.

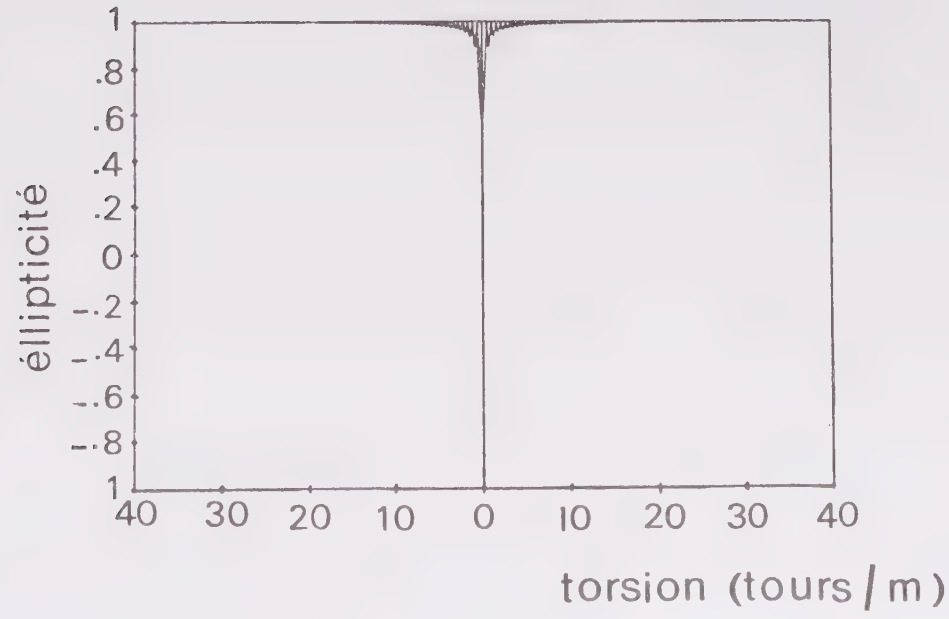


Figure 34 : Ellipticité en fonction de la torsion, pour une biréfringence linéaire de 30°/mètre.

Remarquons que ceci ne serait plus vrai si la biréfringence circulaire intrinsèque prenait une valeur non négligeable : l'origine des torsions serait décalée soit vers la droite soit vers la gauche suivant le sens de la biréfringence circulaire intrinsèque.

Notons sur ces courbes que l'ellipticité tend d'autant plus rapidement vers l'unité que la biréfringence linéaire est faible. Nous retrouvons là l'intérêt de posséder des fibres à faible biréfringence linéaire.

Il est également possible de représenter dans un repère tridimensionnel l'ellipticité en fonction des deux autres paramètres torsion et biréfringence linéaire (figure 35). Sur cette représentation à trois dimensions on retrouve la forme asymptotique de l'ellipticité qui tend vers la valeur 1 pour les fortes torsions.

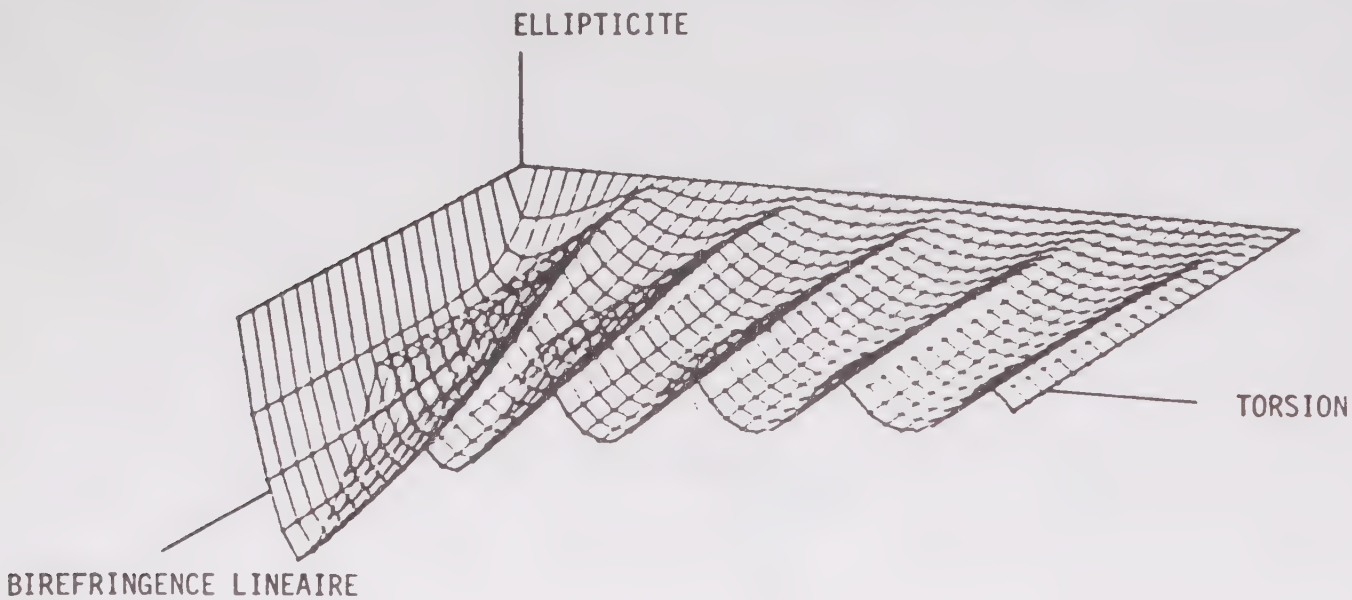


Figure 35 : Exemple d'évolution de l'ellipticité en fonction de la torsion et de la biréfringence linéaire de la fibre.

II.4.4 - Evolution de l'E.D.P. durant la propagation

La relation (9) définissant l'ellipticité, permet de représenter les variations que subit l'état de polarisation d'une onde initialement circulaire lorsqu'elle se propage dans une fibre torsadée uniformément. Pour cela, il suffit de fixer toutes les biréfringences et de prendre z comme paramètre. Les figures 36 et 37 représentent l'évolution de l'ellipticité parallèlement à celle du point représentatif de l'E.D.P. sur la sphère de Poincaré. Ces deux figures sont réalisées pour deux taux de torsion différents.

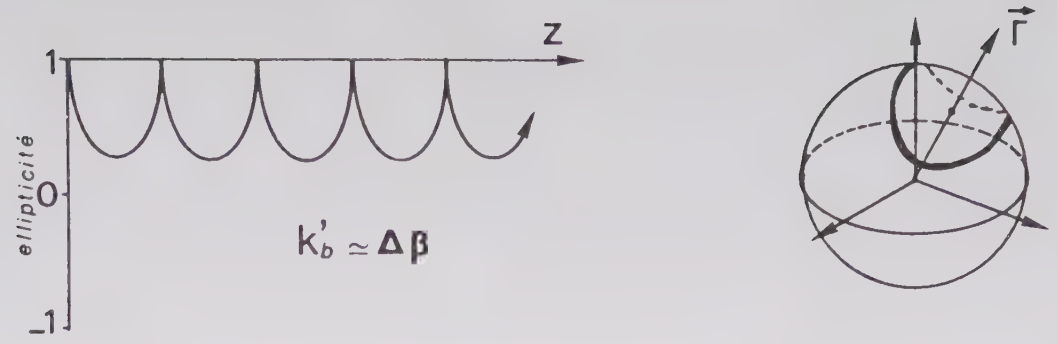


Figure 36 : Evolution de l'E.D.P. durant la propagation.
Taux de torsion faible.

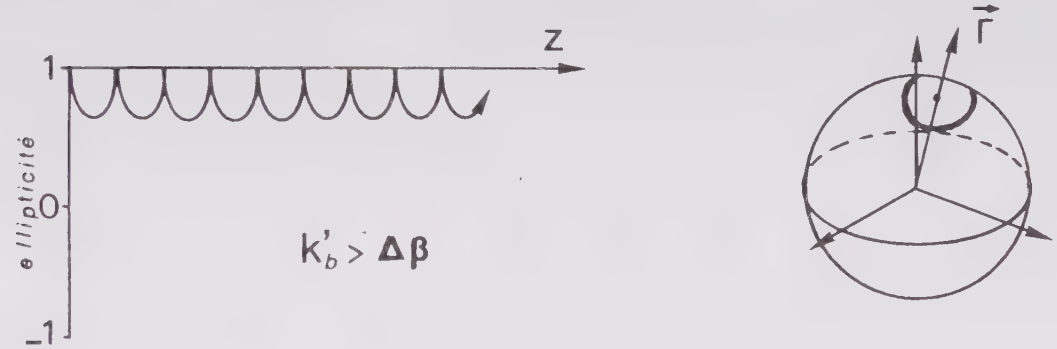


Figure 37 : Evolution de l'E.D.P. durant la propagation.
Taux de torsion élevé.

Ces graphes montrent clairement que l'état de polarisation évolue périodiquement entre la valeur initiale C_+, un état elliptique, puis à nouveau C_+, etc... En comparant les figures 36 et 37 on retrouve un résultat attendu : l'état circulaire est mieux conservé lorsque la torsion est élevée.

II.4.5 - Ellipticité minimale lors de la propagation

Du fait qu'il est impossible de connaître exactement (au millimètre près) la longueur de la fibre, nous ne pouvons indiquer très précisément la valeur de l'ellipticité de la vibration émergeante sur la courbe $e = f(k'_b)$ pour une torsion donnée.

Nous sommes donc conduits à définir une ellipticité minimale de l'état de polarisation quelle que soit la longueur de la fibre.

Cette ellipticité minimale est définie par la courbe enveloppe de $e = f(k'_b)$.

Cette ellipticité minimale est obtenue pour $k'_b z = \pi/2$ dans l'équation (10) et plus généralement pour $\Gamma.z = \pi/2$ dans l'équation générale définissant l'ellipticité (équation 9). Ceci correspond sur la sphère de Poincaré (figure 38) au point symétrique du pôle par rapport à l'axe $\vec{\Gamma}$, c'est le point correspondant à $\theta = \pi$.

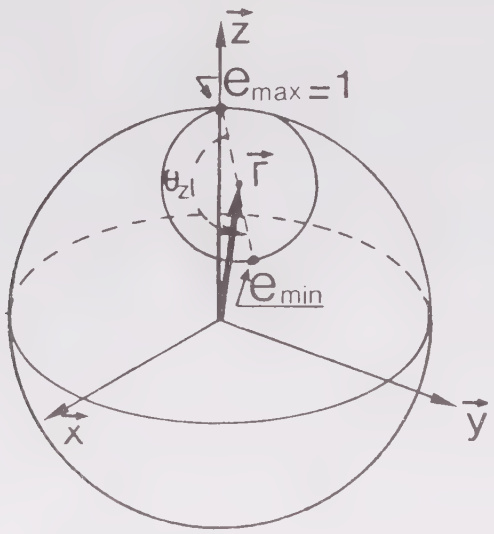


Figure 38 : Point représentatif de l'ellipticité minimale.

Ainsi en remplaçant $\Gamma.z$ par sa valeur dans l'expression de l'ellipticité nous obtenons :

$$e_{min} = \frac{\Gamma^2 - 2\Delta\beta\sqrt{\Gamma^2 - \Delta\beta^2}}{(\omega_b - k'_b)^2 - \Delta\beta^2} \qquad (11)$$

$$\boxed{e_{min} = \frac{k'_b - \Delta\beta}{k'_b + \Delta\beta}} \qquad (12)$$

en négligeant le terme ω_b.

La courbe représentative de l'ellipticité minimale en fonction de la torsion ($\Delta\beta$ fixé) est primordiale pour notre étude : par une torsion appropriée nous pouvons garantir qu'en tout point de la fibre et plus particulièrement en sortie, la lumière possèdera un E.D.P. dont l'ellipticité sera toujours supérieure à e_{min}.

Les fibres monomodes présentent des biréfringences linéaires $\Delta\beta$ très disparates d'une fibre à l'autre, il convient donc de tracer un abaque $e_{min}(k'_b, \Delta\beta)$. Nous mesurerons ensuite l'ellipticité en fonction de la torsion pour chacune des fibres. La position relative des courbes obtenues nous indiquera sur l'abaque celle qui possède la moins élévée des biréfringences linéaires et donc nécessitera une torsion moindre.

La figure 39 représente l'abaque $e_{min}(k'_b, \Delta\beta)$. La position des diverses courbes dépend de la biréfringence linéaire. Il est possible en divisant l'expression de e_{min} (équation 12) par la biréfringence linéaire $\Delta\beta$ à la fois au numérateur et au dénominateur, d'obtenir une courbe universelle en $k_b/\Delta\beta$, (figure 40). Cette courbe est définie par la relation :

$$e_{min} = \frac{k'_b/\Delta\beta - 1}{k'_b/\Delta\beta + 1} \qquad (13)$$

La figure 40 représente la courbe universelle d'ellipticité en fonction du rapport de la biréfringence circulaire apparente sur la biréfringence linéaire à obtenir pour garantir une ellipticité minimale choisie.

II.4.6 - Ellipticité moyenne dans la fibre

L'ellipticité telle que nous l'avons déterminée est une fonction de la biréfringence linéaire $\Delta\beta$, de la biréfringence circulaire apparente k'_b et de la position dans la fibre z.

Au cours de la propagation, elle varie entre les valeurs e_{min} et 1. Si nous voulons calculer l'influence de l'état de polarisation sur la mesure, il nous faut calculer l'ellipticité moyenne dans la fibre :

$$\langle e \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L e(\Delta\beta, k'_b, z)\, dz$$

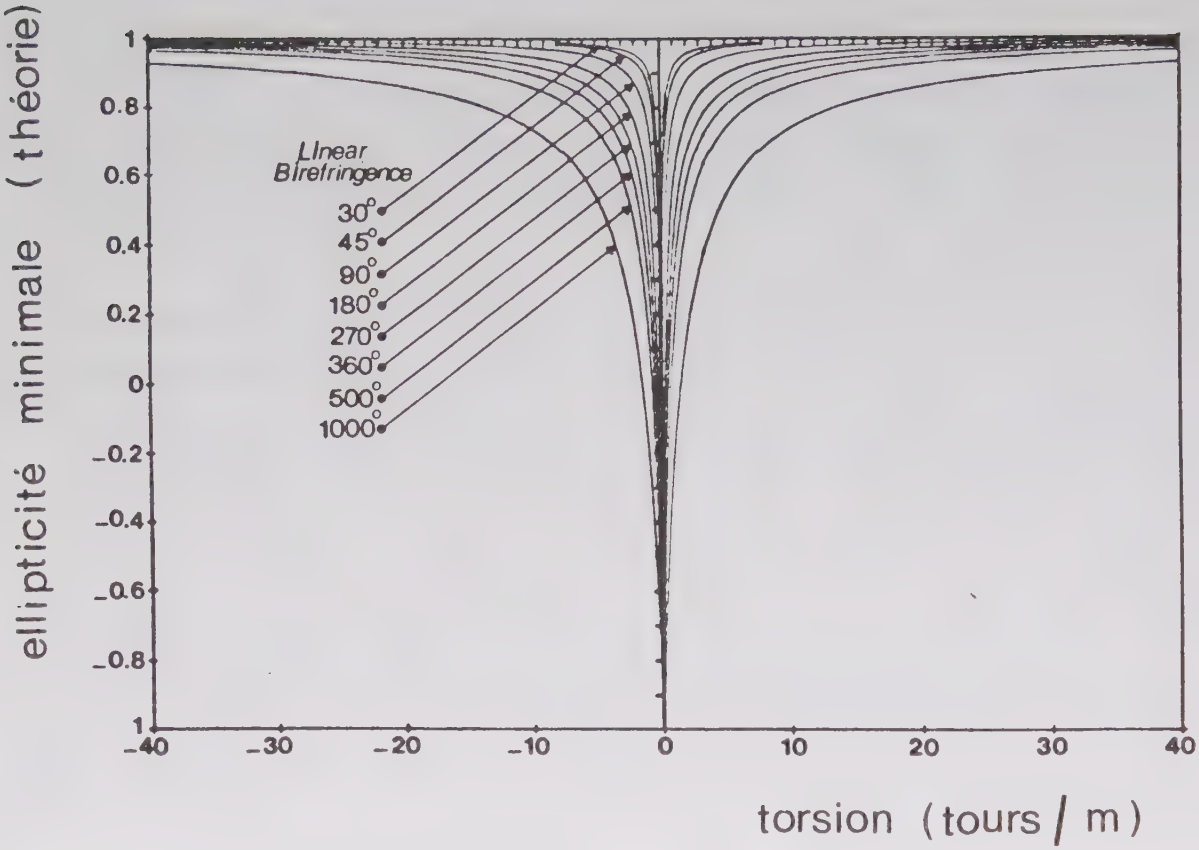


Figure 39 : Courbes d'ellipticité minimale en fonction de la torsion pour différentes biréfringence linéaires.

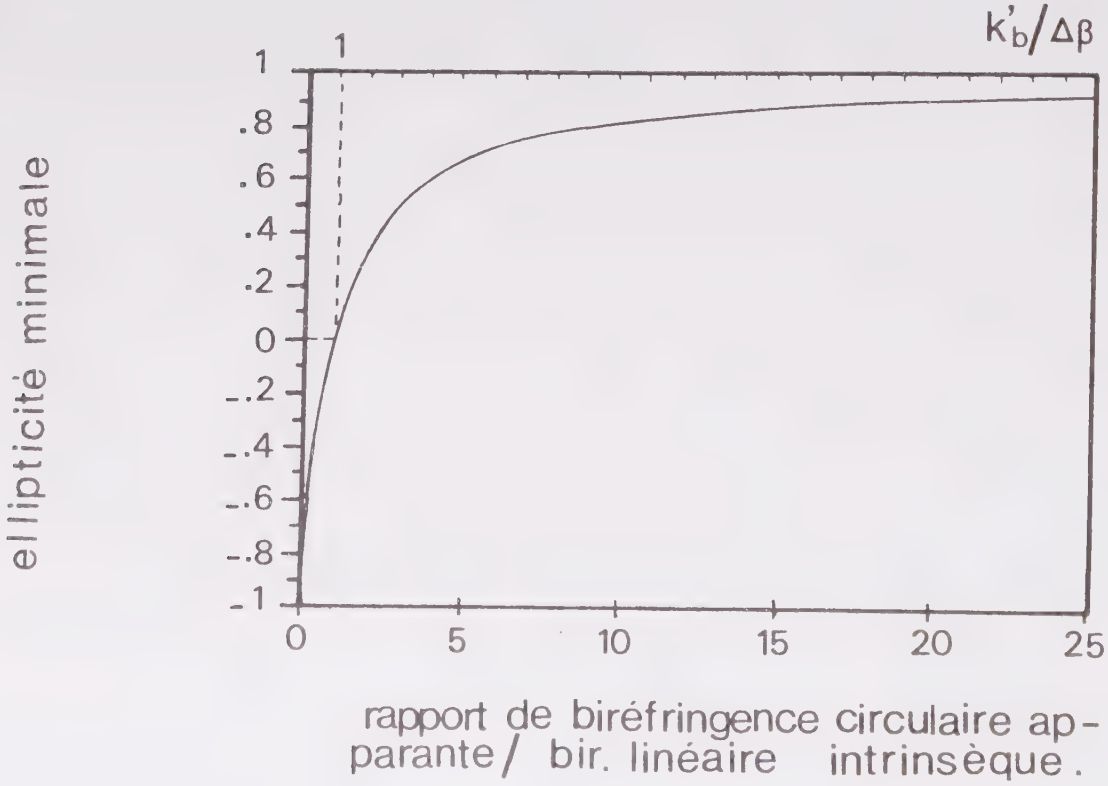


Figure 40 : Courbe universelle d'ellipticité minimale.

La fonction analytique représentative de e est très compliquée (équation 9) et difficilement intégrable, cependant pour le cas qui nous préoccupe : e_{min} proche de l'unité, nous pouvons utiliser une approximation de l'expression de e (équation 10) :

$$\langle e \rangle \simeq \frac{1}{L} \int_o^L \left(1 - \frac{2\Delta\beta}{k_b} |\sin k'_b z|\right) dz$$

La courbe représentative de l'ellipticité (figure 36) étant périodique, il n'est pas nécessaire d'intégrer sur toute la longueur de la fibre, il suffit de la faire sur une période $\mathcal{L} = 2\pi/k'_b$. De plus la présence de la valeur absolue dans l'expression permet d'intégrer le terme correspondant uniquement sur $\mathcal{L}/2$. Tous calculs faits nous obtenons :

$$\langle e \rangle = 1 - \frac{4}{\pi} \frac{\Delta\beta}{k'_b}$$

Nous pouvons dans cette relation de $\langle e \rangle$ remplacer $\Delta\beta/k'_b$ en fonction de e_{min} (équation 12). Nous obtenons :

$$\langle e \rangle = 1 - \frac{4}{\pi}\left(\frac{1 - e_{min}}{1 + e_{min}}\right) \qquad (14)$$

Cette ellipticité moyenne est toujours supérieure à e_{min} comme le montre le tableau 41. La troisième colonne représente l'accroissement Δ en pourcentage entre $\langle e \rangle$ et e_{min} :

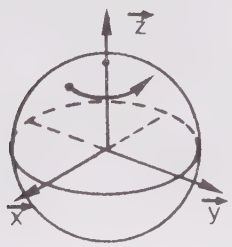
$$\Delta = 100 \times \frac{\langle e \rangle - e_{min}}{e_{min}} = 100 . \left(\frac{1-e_{min}}{1+e_{min}}\right)\left(\frac{e_{min} + (1-4/\pi)}{e_{min}}\right)$$

e_{min}	$\langle e \rangle$	Δ (%)
0,8	0,86	+7,4
0,825	0,88	+6,5
0,85	0,90	+5,5
0,875	0,92	+4,6
0,9	0,93	+3,7
0,925	0,95	+2,8
0,95	0,97	+1,8
0,975	0,985	+0,9
1	1	0

Tableau 41 : Comparaisons entre e_{min} et $\langle e \rangle$.

II.5 - RESULTATS DES DEUX METHODES - COMPARAISONS

Dans les deux paragraphes précédents, nous avons développé et exploité la représentation sphérique de Poincaré et la représentation matricielle de Jones. Regroupons les résultats de ces deux méthodes et analysons les correspondances entre eux.

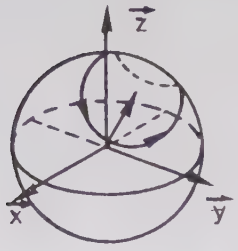
Méthode de Poincaré	Méthode de Jones
1/ L'onde	
- Considérée en tant qu'état de polarisation et définie par son ellipticité et son orientation par rapport à l'axe rapide de la fibre.	- Considérée en tant que vecteur champ électrique représenté par ces deux coordonnées.
2/ Représentation d'un état de polarisation	
- Géométrique :  Visualisation des états sur une sphère	- Analytique : $E(z) = M\,E(o)$ M : matrice de dimension 2 représentant l'action de la fibre sur le vecteur champ électrique.
3/ Etats propres de la fibre	
- Figurés par les deux points situés sur l'axe $\vec{\Gamma}$, ils sont invariants par rotation autour de cet axe donc durant la propagation.	- Sont tels que $E(z) = \lambda_i\, E(o)$, avec λ_i les solutions de l'équation aux valeurs propres de M. Ce sont les vecteurs champ électrique se propageant sans déformation.
4/ Ellipticité d'une polarisation entrée circulaire après la propagation	
$e = tg\left[\frac{1}{2}\,\mathrm{Arsin}(\cos\theta\cos^2\delta + \sin^2\delta\right]$	$e = \frac{\Gamma^2 - 2\Delta\beta\,\lvert\sin\Gamma.z\rvert\sqrt{k'^2_b + \Delta\beta^2\cos^2\Gamma.z}}{(\omega_b - k'_b)^2 + \Delta\beta^2\cos^2\Gamma.z}$
avec : $tg\,\delta = (k'_b - \omega_b)/\Delta\beta$ θ = propagation	avec : $2\Gamma = \sqrt{(2-g)^2\tau^2 + \Delta\beta^2}$

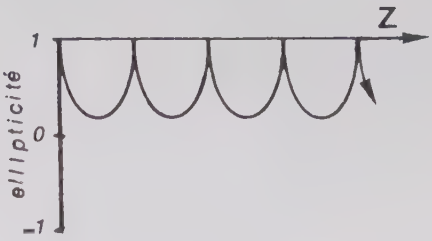
L'annexe VII montre l'équivalence des deux expressions prouvant ainsi le bien-fondé des deux méthodes.

Méthode de Poincaré | Méthode de Jones

5/ Evolution d'un E.D.P. initialement circulaire lors de la propagation

Repère de la fibre





6/ Conservation d'un E.D.P. circulaire

Condition physique : la biréfringence circulaire induite doit surpasser la biréfringence linéaire.

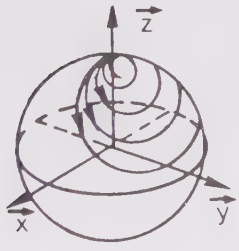
- Géométriquement :

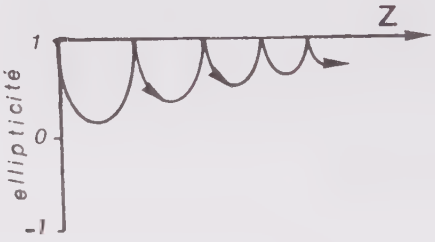
Le vecteur $\vec{\Gamma}$ doit être proche de l'axe des pôles.

- Analytiquement :

$$\frac{\Delta\beta}{k_b - \omega_b} < 1$$

7/ Evolution d'un E.D.P. initialement circulaire en fonction de la torsion





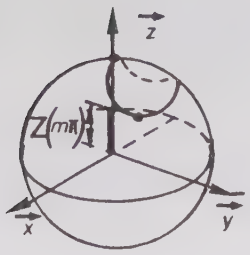
Le vecteur $\vec{\Gamma}$ se rapproche de l'axe polaire, les cercles représentant la propagation sont de plus en plus petits.

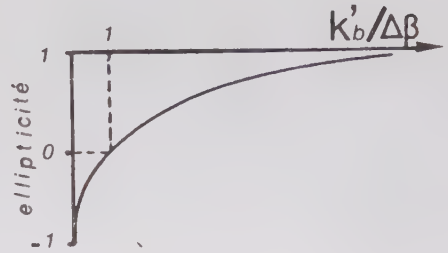
L'ellipticité se rapproche de l'unité.

Méthode de Poincaré	Méthode de Jones

8/ Ellipticité minimale obtenue lors de la propagation

$e = tg\left[\frac{1}{2} \text{Arsin } z(m\pi)\right] \quad m \in \mathbb{N}$	$e_{min} = \frac{k'_b - \Delta\beta}{k'_b + \Delta\beta}$





9/ Ellipticité moyenne dans la fibre

$\langle e \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L e \, d\ell$	$\langle e \rangle = 1 - \frac{4}{\pi} \frac{\Delta\beta}{k'_b}$

Ces deux méthodes employées pour représenter l'évolution d'un état de polarisation lors de la propagation sont donc complémentaires l'une de l'autre. La méthode de Jones est basée sur un formalisme mathématique quelque peu difficile à maîtriser mais qui a l'avantage de fournir des résultats analytiques tangibles immédiatement utilisables. La représentation de Poincaré permet une visualisation simple des résultats et conduit à une rapide compréhension des phénomènes physiques quelque peu "escamotés" par le traitement mathématique de Jones.

II.6 - BIREFRINGENCE CIRCULAIRE INDUITE PAR TORSION

II.6.1 - Détermination de la constante d'Ulrich g

Nous avons démontré aux paragraphes II.3.2 et II.3.3 que :
- dans le repère du laboratoire, la biréfringence circulaire induite est $g\tau$,
- dans le repère de la fibre, la biréfringence circulaire apparente est :

$$(2-g).\tau \qquad (15)$$

avec τ le taux de torsion par unité de longueur et g la constante d'Ulrich. D'après Ulrich (1979) qui a effectué un calcul théorique à partir du tenseur élasto-optique de la fibre, la valeur de la constante g serait pour une fibre en silice comprise entre 0,14 et 0,16. Il est important de vérifier ce résultat sur nos fibres. Si ce résultat est confirmé cela signifie qu'en première approximation g est faible devant le 2 dans l'équation (15) et que pratiquement seul l'effet géométrique de torsion des axes induit la biréfringence circulaire apparente dans le repère de la fibre.

II.6.2 - Principe de la mesure - Appareillage utilisé

Le fait d'induire par torsion une biréfringence circulaire dans la fibre, fait correspondre deux indices n_+ et n_- pour chaque polarisation. Si deux ondes circulaires inverses sont en phase à l'entrée de la fibre, elles présentent après un parcours de longueur L un déphasage :

$$\Delta\phi \neq \frac{2\pi L}{\lambda}(n_+ - n_-)$$

Pour mesurer ce déphasage, on peut utiliser deux ondes circulaires de fréquences très légèrement différentes et comparer la phase de leurs battements détectés avant et après la fibre (P. FERDINAND, juin 1981).

Soient C_+ et C_- les deux ondes à polarisations circulaires inverses. A l'entrée de la fibre :

$$C_+(o) = \vec{e}_+ . e^{j\omega_+ t}$$

et :

$$C_-(o) = \vec{e}_- . e^{j\omega_- t}$$

où :

$$\vec{e}_+ . \vec{e}_- = 0$$

et :

$$\omega_+ - \omega_- = \Delta\omega$$

Après un trajet de longueur L dans la fibre torsadée, $(n_+ \neq n_-)$, les expressions de C_+ et C_- deviennent :

$$C_+(L) = \vec{e}_+ . e^{j\omega_+[t+n_+L/c]}$$

et :

$$C_-(L) = \vec{e}_- . e^{j\omega_-[t+n_-L/c]}$$

De même qu'au chapitre I.2.4 nous considérons la dispersion comme négligeable :

$$n(\omega_+) \# n(\omega_-)$$

Le résultat du déphasage entre les deux ondes est :

$$\Delta\phi = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2$$

avec :

$$\begin{cases} \Delta\phi_1 = \dfrac{L}{c}\,\omega_+\,\Delta n = \dfrac{2\pi L}{\lambda}\,\Delta n \\ \Delta\phi_2 = \dfrac{L}{c}\,n\,\Delta\omega = 2\pi\,\dfrac{nL}{\Lambda} \end{cases}$$

$\Delta\phi_1$ est le déphasage dû à la biréfringence circulaire induite par torsion et $\Delta\phi_2$ est le déphasage dû à la propagation sur une longueur L d'une onde de période spatiale $\Lambda = c/\Delta\nu$.

Ainsi en l'absence de toute activité optique de la fibre, les battements mesurés à l'entrée et à la sortie de celle-ci présentent une différence de phase :

$$\Delta\phi_2 = 2\pi \frac{n.L\ \Delta\nu}{c}$$

La présence d'une biréfringence circulaire y ajoute un déphasage :

$$\Delta\phi_1 = 2\pi\ \frac{\Delta n\ L}{\lambda}$$

directement proportionnel à la différence des indices vus par chacune des ondes.

$\Delta\phi_2$ est fixé par la géométrie du milieu (n.L) et les caractéristiques de la source $(\Delta\nu)$. Cette quantité peut être connue avec une grande précision. Elle est en général beaucoup plus faible que $\Delta\phi_1$, car :

$$\frac{\Delta\phi_1}{\Delta\phi_2} = \frac{\Delta n}{n} \cdot \frac{\nu}{\Delta\nu} \simeq 10^{-2}$$

On peut donc négliger $\Delta\phi_2$ dans l'expression du déphasage et considérer que $\Delta\phi \simeq \Delta\phi_1$.

Considérons que la biréfringence circulaire induite dans la fibre est (dans son référentiel) directement proportionnelle à la torsion :

$$k_b = \frac{2\pi.\Delta n}{\lambda} = g.\tau/m$$

ainsi :

$$\frac{\Delta\phi}{L} = g.\tau/m$$

soit :

$$g = \frac{\Delta\phi}{\tau/m.L}$$

La constante g est donc le rapport entre la différence de phase et la torsion appliquée sur toute la longueur de la fibre. Ce rapport est indépendant de la longueur de fibre testée. Il suffit donc de représenter graphiquement $\Delta\phi$ en fonction de la torsion. La pente de la droite obtenue vaut g.

- Appareillage utilisé :

La figure 41 représente le schéma de l'appareillage utilisé pour la mesure de g. Celui-ci comprend :

- un laser bifréquence délivrant deux polarisations linéaires orthogonales, suivi d'une lame quart d'onde les transformant en deux polarisations circulaires rétrogrades,
- une lame de verre (L.V.) réfléchissant une petite fraction de la lumière incidente vers un analyseur P_1 et une photo-diode de référence,
- une fibre optique monomode qu'il est possible de torsader à l'aide d'un tambour gradué,
- un second analyseur P_2 suivit d'une deuxième photo-diode qui détecte la lumière émergeant de la fibre,
- un phasemètre fournissant la différence de phase entre les signaux de référence et de mesure.

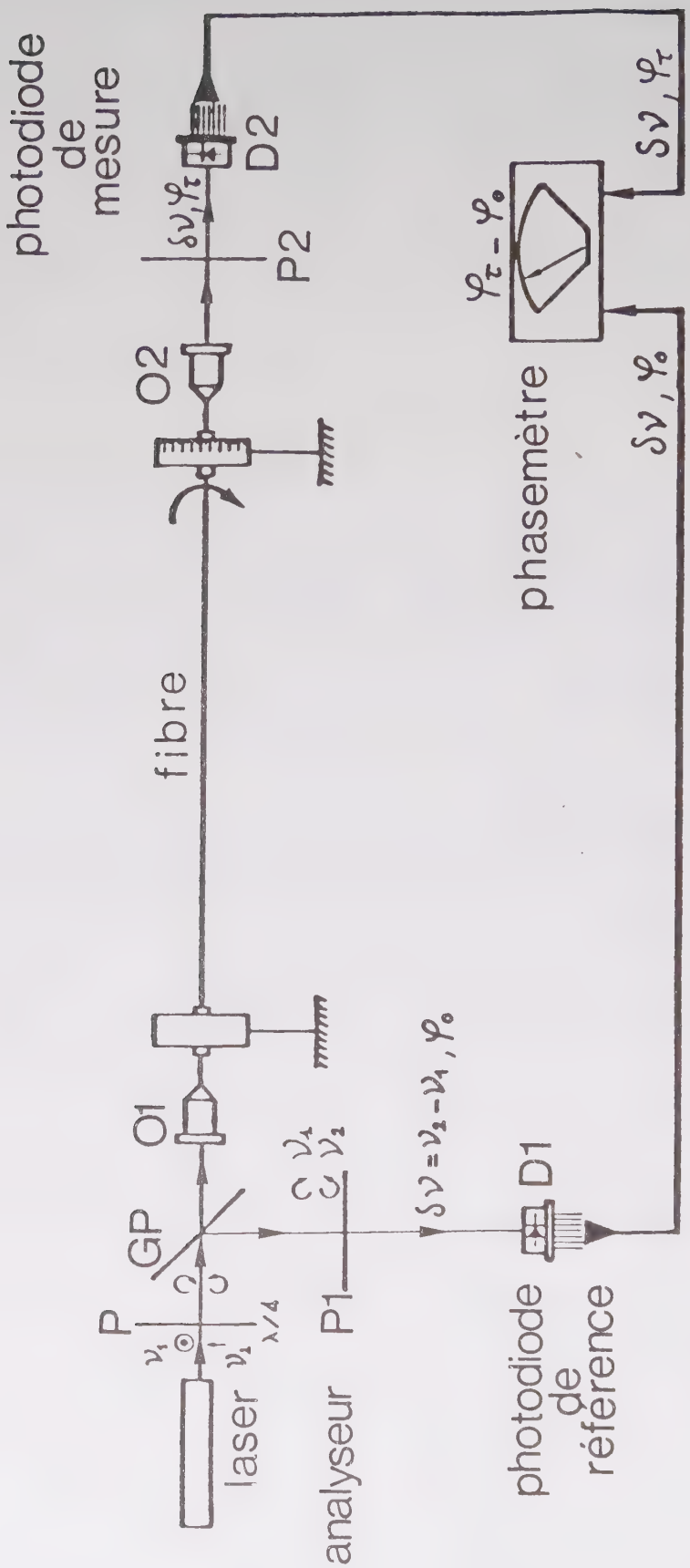


Figure 41 : Mesure de la biréfringence circulaire induite par torsion.

II.6.3 - Résultats de mesure

Les mesures effectuées sur 5 fibres monomodes en silice et de fabrications différentes, ont donné un ensemble de résultats très cohérents. Pour chacune des fibres :

$$g = 0,148 \text{ à } 0,149 \pm 0,001$$

La précision obtenue par cette méthode est excellente et est d'autant meilleure que l'on augmente la torsion (dans les limites élastiques).

L'accord entre la mesure expérimentale et le calcul est bon. Les résultats tendent à prouver que la constante g est indépendante de la fabrication des fibres et uniquement une caractéristique de la silice.

Les figures 42 et 43 représentent chacune un relevé du déphasage en fonction de la torsion induite, pour deux fibres différentes. Ces relevés sont facilement interpolables par une droite dont la valeur absolue du coefficient directeur est g. Vers les faibles torsions on remarque un comportement fortement non linéaire. Ceci s'explique par le fait que dans cette zone, la biréfringence circulaire induite est encore relativement faible ou tout au moins du même ordre de grandeur que la biréfringence linéaire de la fibre. Ainsi les états propres de la fibre ne sont pas circulaires mais elliptiques. Les deux polarisations circulaires qui pénètrent dans la fibre sont rapidement détruites et deviennent elliptiques. Le modèle théorique développé plus haut n'est plus applicable. Par contre dès que l'on parvient à des torsions supérieures, la biréfringence circulaire induite devient plus importante que la biréfringence linéaire de la fibre et les états propres de celle-ci deviennent des états de polarisation circulaire. Le modèle s'applique : la courbe définissant la différence de phase devient linéaire en fonction de la torsion.

Nous avons donc obtenu par cette méthode la valeur numérique de $g = 0,148$. Dans le repère du laboratoire la biréfringence circulaire induite par torsion vaut donc :

$$k_b = g\tau = 0,148\ \tau$$

et dans le repère de la fibre la biréfringence circulaire apparente est :

$$(2-g)\tau/m = (2 - 0,148)\tau/m = 1,852.\tau/m$$

où τ/m est la torsion induite par unité de longueur de fibre.

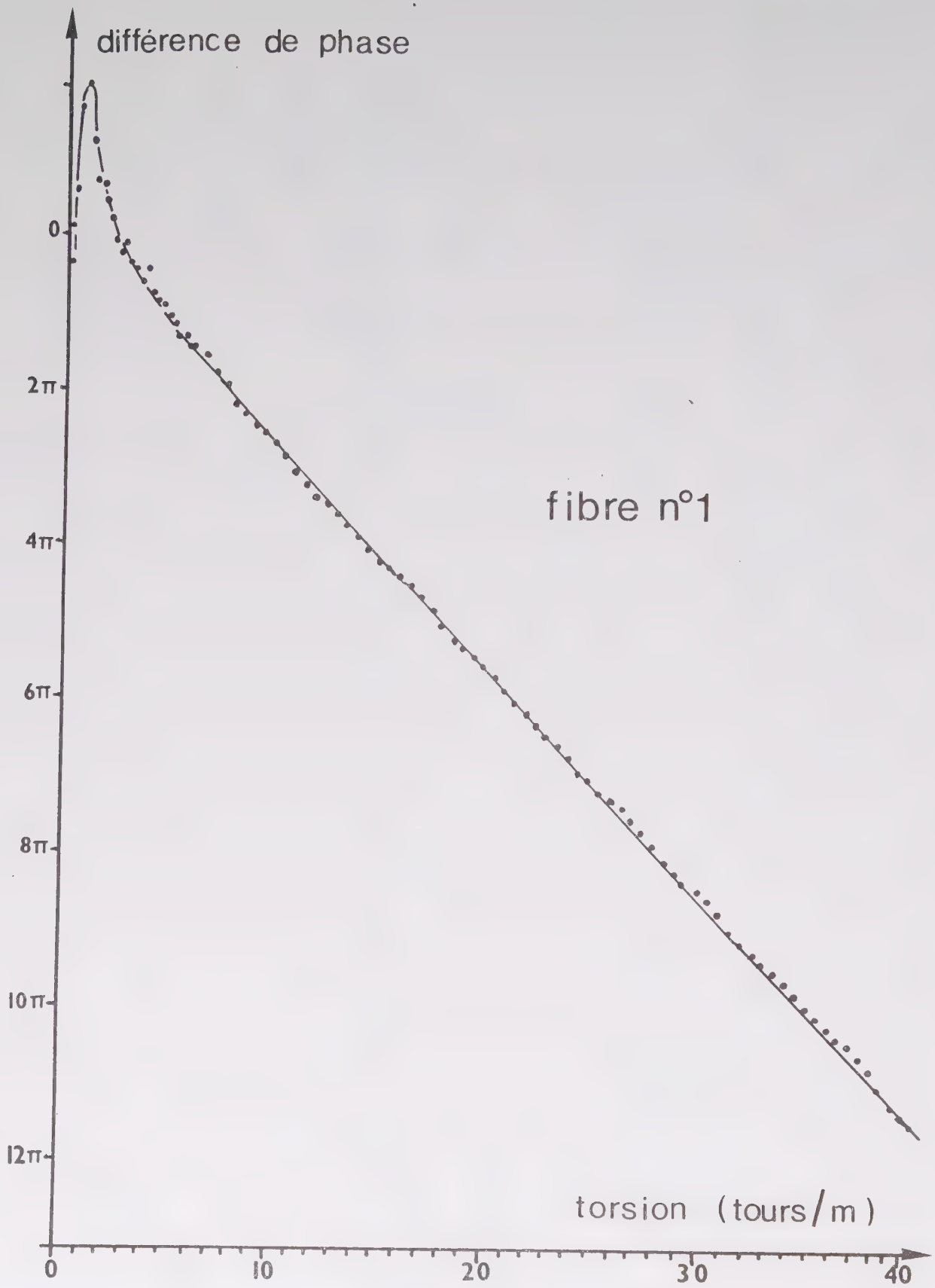


Figure 42 : Différence de phase entre deux ondes circulaires régrogrades après leur propagation dans la fibre en fonction de la torsion.

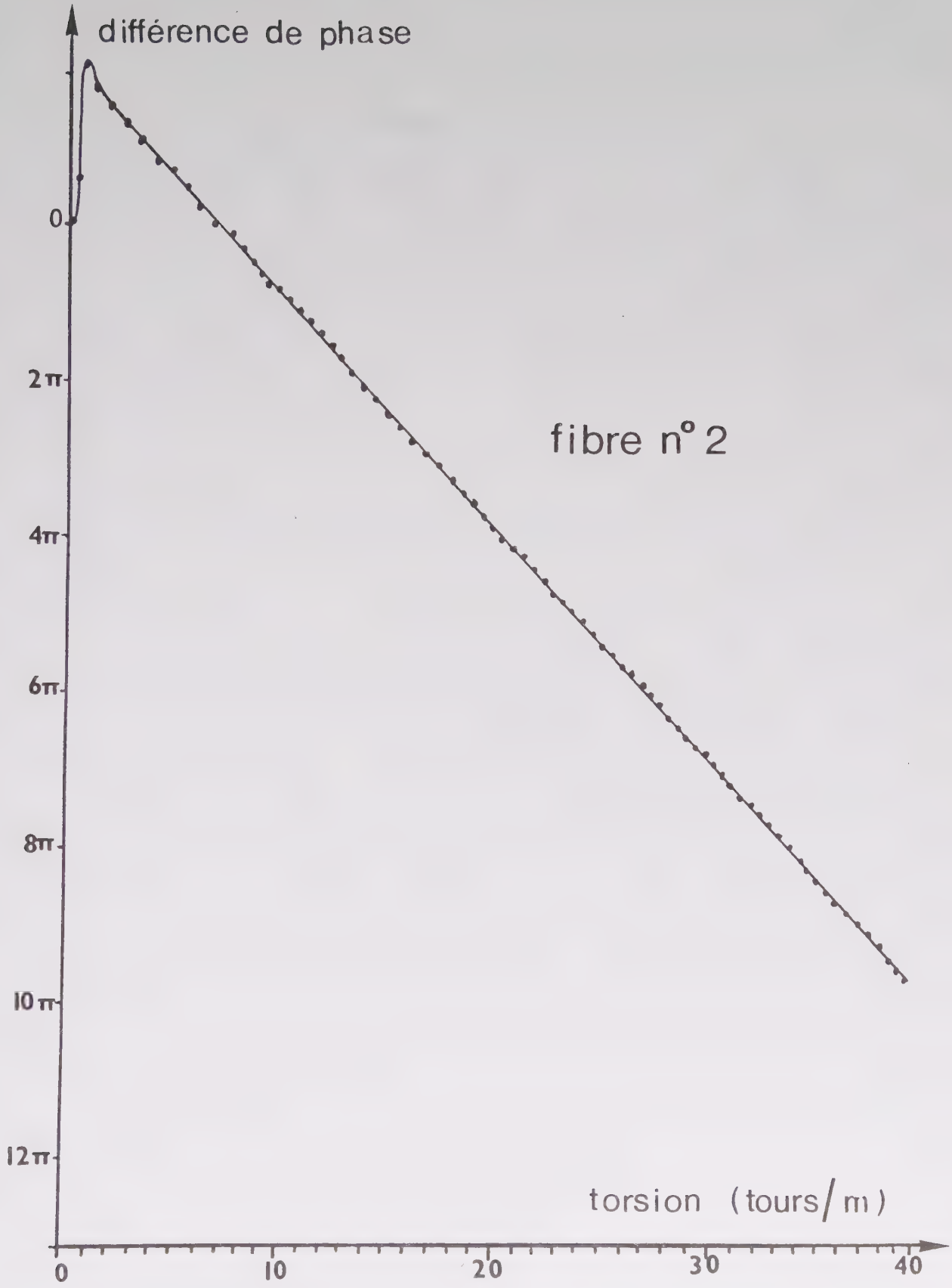


Figure 43 : Différence de phase entre deux ondes circulaires rétrogrades après leur propagation dans la fibre en fonction de la torsion.

II.7 - CONSERVATION DE L'ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE TORSADEE

II.7.1 - Détermination de l'ellipticité d'une vibration sortant de la fibre

Les méthodes de Poincaré et Jones explicitées aux paragraphes précédents ont clairement montré les conditions à remplir pour conserver un état de polarisation dans une fibre.

Le paramètre ellipticité permet de définir l'état de polarisation, ainsi pour vérifier qu'une fibre conserve l'E.D.P. circulaire, nous devons mesurer l'ellipticité d'un faisceau lumineux émergeant de la fibre sachant que la polarisation incidente est rigoureusement circulaire (P. FERDINAND, novembre 1981).

II.7.2 - Principe de la mesure - Appareillage utilisé

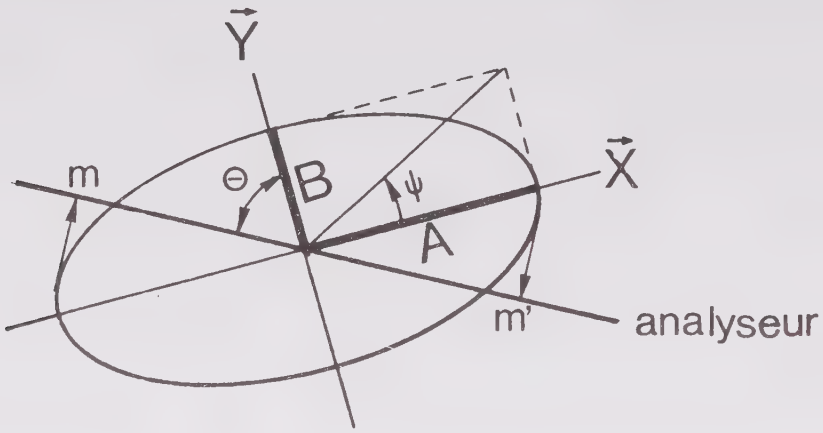


Figure 44 : Vibration elliptique.

Les équations de la vibration elliptique (figure 44) rapportée aux axes OX et OY s'écrivent :

$$\begin{cases} X = a_o \cos\psi \cos\omega t \\ Y = a_o \sin\psi \sin\omega t \end{cases}$$

L'analyseur laisse passer la vibration faisant un angle θ avec OY. L'intensité transmise est donc :

$$I = a_o^2 \cos^2\psi \sin^2\theta + a_o^2 \sin^2\psi \cos^2\theta$$
$$= a_o^2[\sin^2\theta + \cos 2\theta \sin^2\psi] \qquad (16)$$

Cette intensité lumineuse varie donc lorsque l'analyseur tourne, elle passe deux fois par tour par un minimum donné par :

$$I_{min} = a_o^2 \sin^2\psi$$

et par un maximum :

$$I_{max} = a_o^2 \cos^2\psi$$

Lorsque $I_{min} = 0$ l'ellipticité est nulle, la vibration est polarisée linéairement, lorsque $I_{min} = I_{max}$ la vibration est telle que $e = \pm 1$, elle est donc polarisée circulairement. Tous les cas intermédiaires sont tels que :

$$\frac{I_{min}}{I_{max}} = \frac{a_o^2 \sin^2\psi}{a_o^2 \cos^2\psi} = e^2$$

ainsi, l'ellipticité :

$$e = \sqrt{I_{min}/I_{max}}$$

le signe de cette expression devenant négatif pour le sens rétrograde.

- Appareillage utilisé :

La figure 45 représente le montage utilisé pour cette mesure. Cette expérience s'effectue sur le même banc de mesure que celui utilisé pour la mesure de la constante g. Les deux expériences pouvant d'ailleurs être effectuées simultanément. Si ce n'est pas le cas il convient de placer un polariseur à la sortie du laser afin de ne conserver à l'entrée de la fibre qu'une seule polarisation circulaire. La voie de référence est supprimée pour cette expérience. Après traversée de la lame quart d'onde le faisceau est directement focalisé à l'entrée de la fibre.

Au cours de la propagation dans la fibre, l'état de polarisation d'entrée est elliptique pour les faibles torsions mais redevient plus proche d'un état circulaire au fur et à mesure que la torsion croît. En sortie de fibre un analyseur tournant transmet l'intensité I (représentée par l'équation 16) au détecteur photovoltaïque. Ce dernier est relié à un oscilloscope ainsi qu'à un enregistreur graphique.

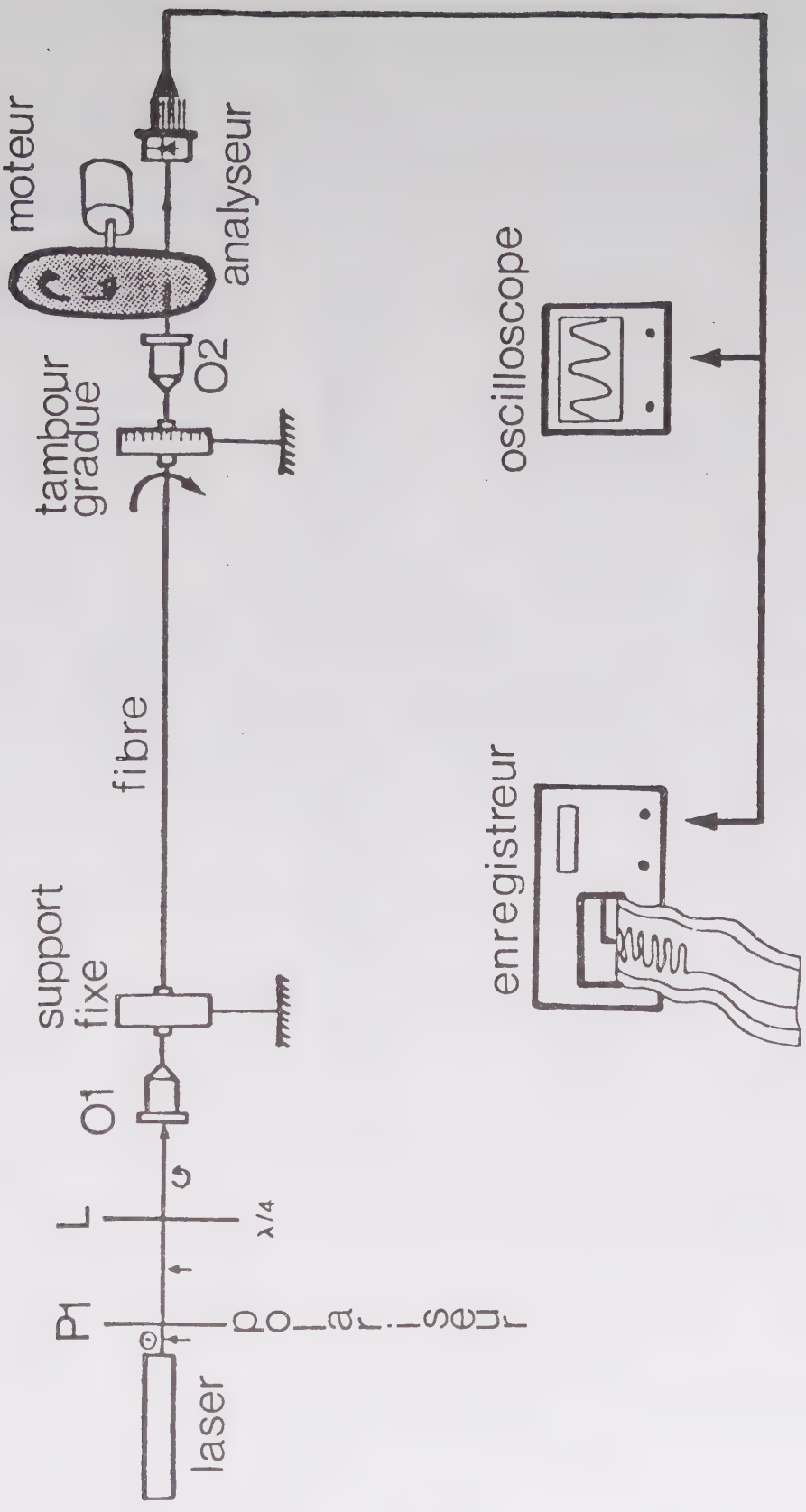


Figure 45 : Mesure d'ellipticité obtenue par torsion.

II.7.3 - Résultats de mesure

Les figures 46 à 49 représentent des enregistrements effectués à partir de quatre fibres différentes.

La partie de fortes intensités correspond à une torsion nulle: la fibre ne conserve pas l'état de polarisation et l'état de sortie est polarisé linéairement ($I_{min} \simeq 0$). Plus la torsion augmente, d'un sens ou de l'autre, plus les intensités minimales et maximales se rapprochent l'une de l'autre, la fibre conserve donc mieux l'état de polarisation circulaire.

On peut noter une certaine remontée de l'ellipticité pour les fortes torsions, ceci est particulièrement visible sur le graphe n° 48. La fibre étant maintenue collée par ses extrémités afin d'éviter qu'elle ne se détorde, il se produit une contrainte de torsion très importante à la limite du collage (figure 50). Cette contrainte doit certainement induire une forte biréfringence linéaire qui détruit l'état de polarisation.

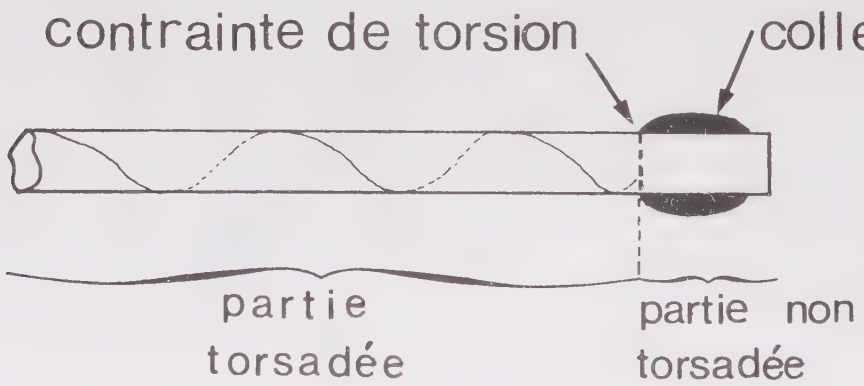


Figure 50 : Extrémités de la fibre.

Il ne sera donc pas possible par cette méthode de torsader "indéfiniment" la fibre dans l'espoir de conserver le mieux possible l'E.D.P. circulaire. Il existe pour chaque fibre une torsion optimale. L'idéal serait de torsader la fibre et de l'immobiliser dans la colle ensuite. Toute la fibre serait ainsi torsadée. Cette méthode implique la nécessité de couper la fibre dans la partie enrobée par la colle puis de polir l'état de surface de la coupe. Une telle technologie de polissage des fibres n'étant pas à notre disposition nous ne pouvons appliquer cette méthode.

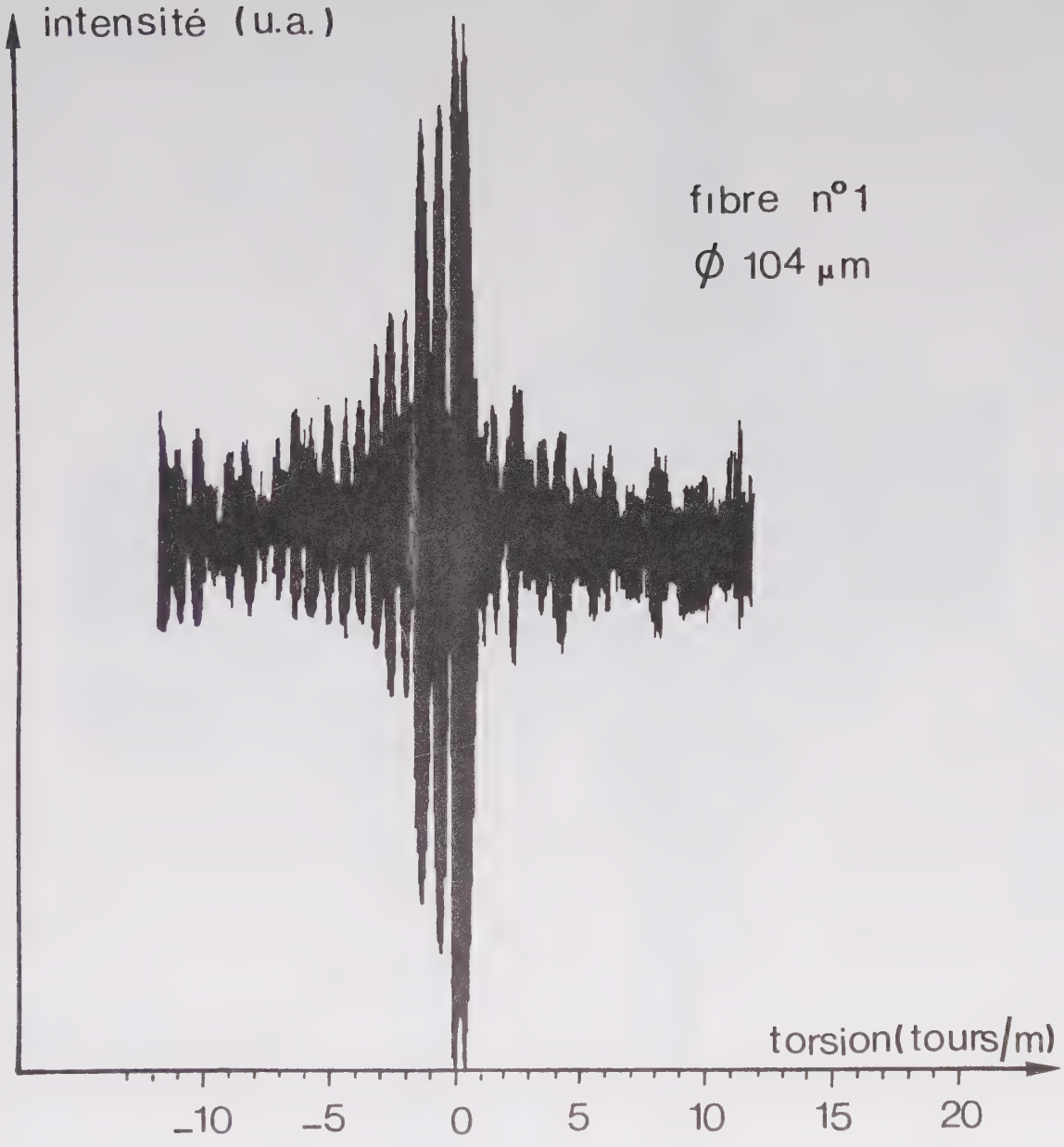


Figure 46 : Intensité recueillie par le photodétecteur après l'analyseur tournant en fonction de la torsion.

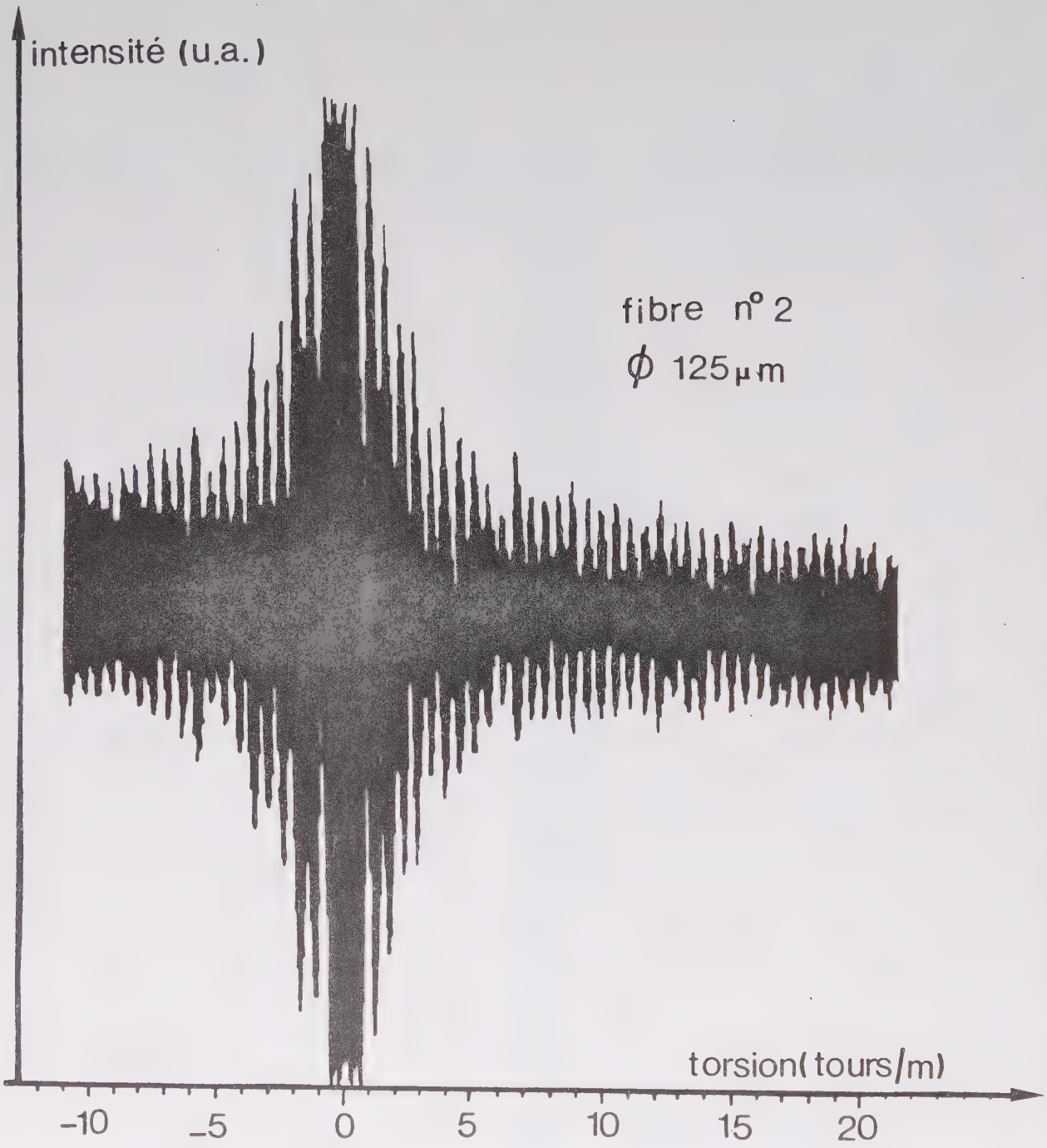


Figure 47 : Intensité recueillie par le photodétecteur après l'analyseur tournant en fonction de la torsion.

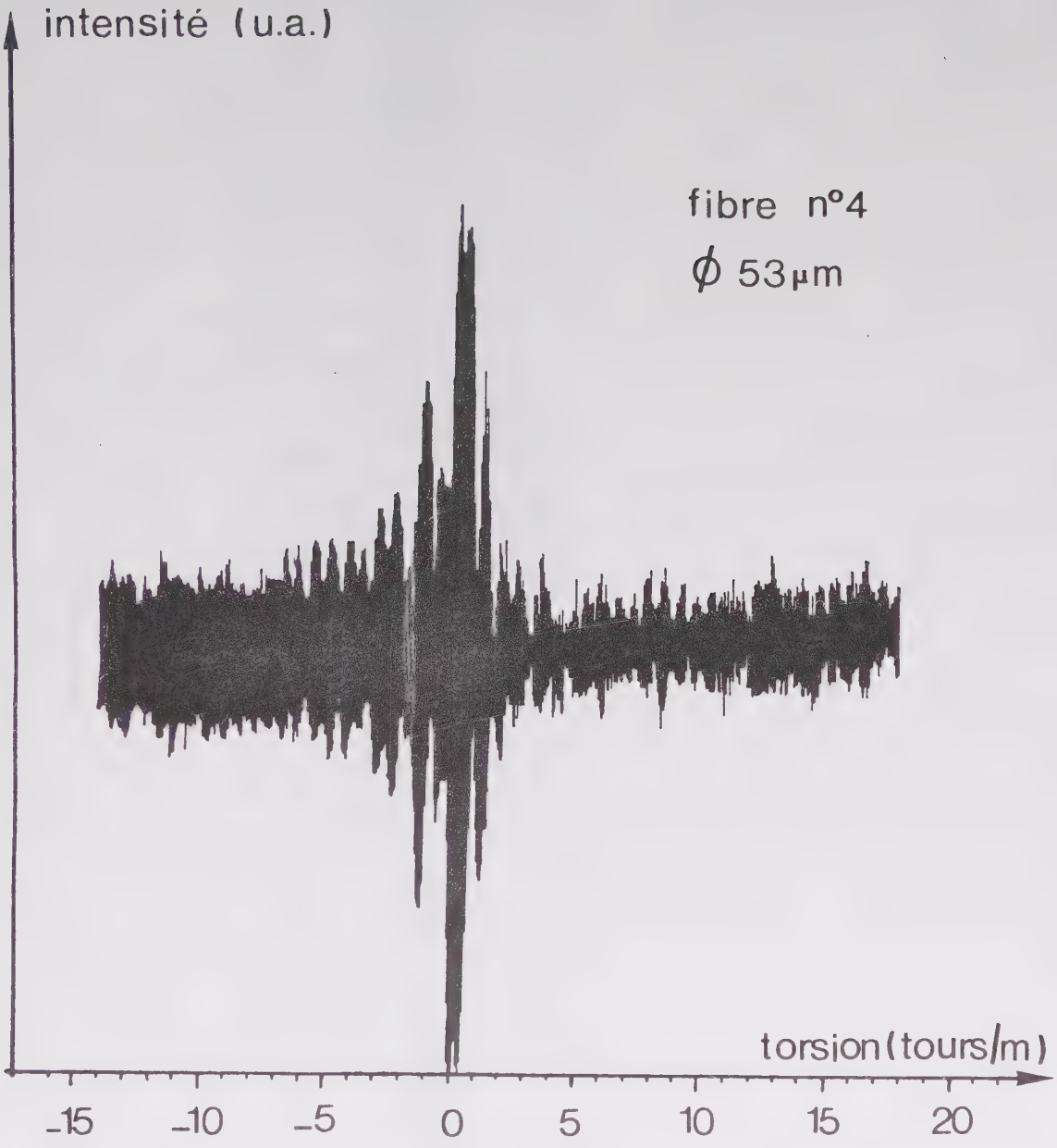


Figure 48 : Intensité recueillie par le photodétecteur après l'analyseur tournant en fonction de la torsion.

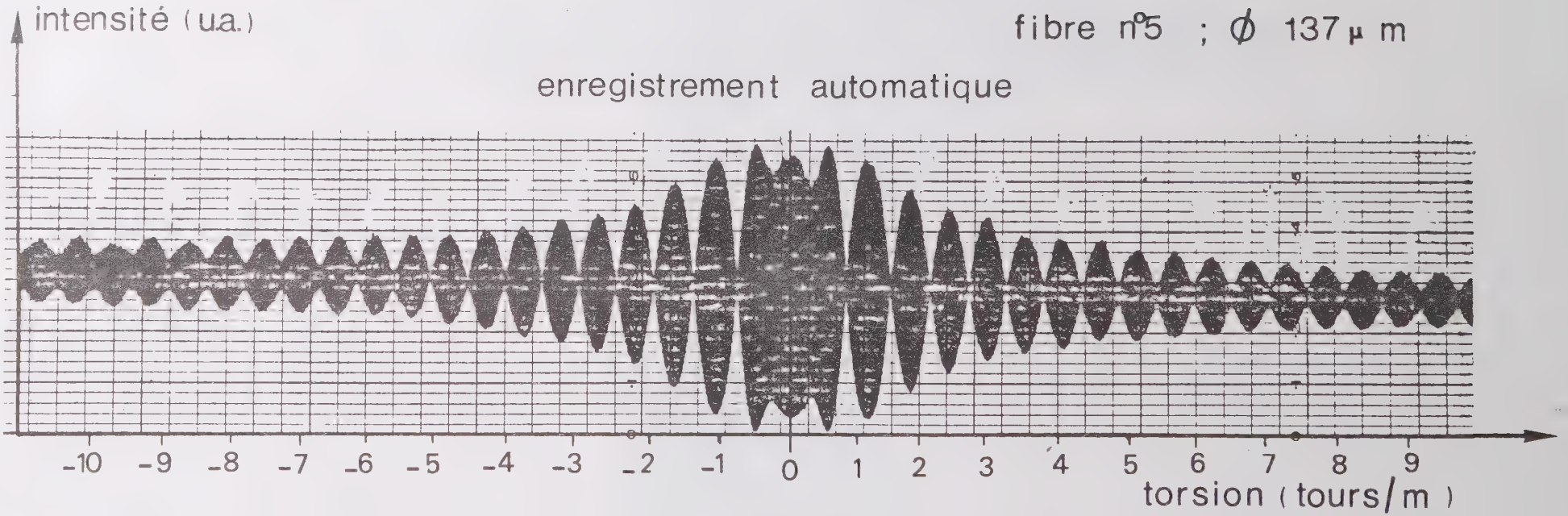


Figure 49 : Intensité recueillie par le photodétecteur après l'analyseur tournant en fonction de la torsion. La fibre est torsadée automatiquement.

II.7.4 - Courbes d'ellipticité en fonction de la torsion

L'équation 17 indique que le carré de l'ellipticité est égal au rapport des intensités minimales et maximales. Il faut donc effectuer ce rapport puis prendre la racine du résultat, ceci en fonction de la torsion. Le report de ces calculs sur l'abaque d'ellipticité obtenue par la méthode de Jones au chapitre II.4.5 nous permet de qualifier nos fibres.

Les figures 51 à 54 représentent les courbes d'ellipticité minimale obtenues en sortie de fibre, en fonction de la torsion.

Le sommet de ces courbes correspond à l'ellipticité la plus proche de l'unité qu'il soit possible d'obtenir pour une fibre donnée.

Le tracé de ces caractéristiques sur l'abaque universel permet de remonter facilement à la biréfringence linéaire intrinsèque des fibres, en procédant à une simple interpolation sur le réseau de courbe.

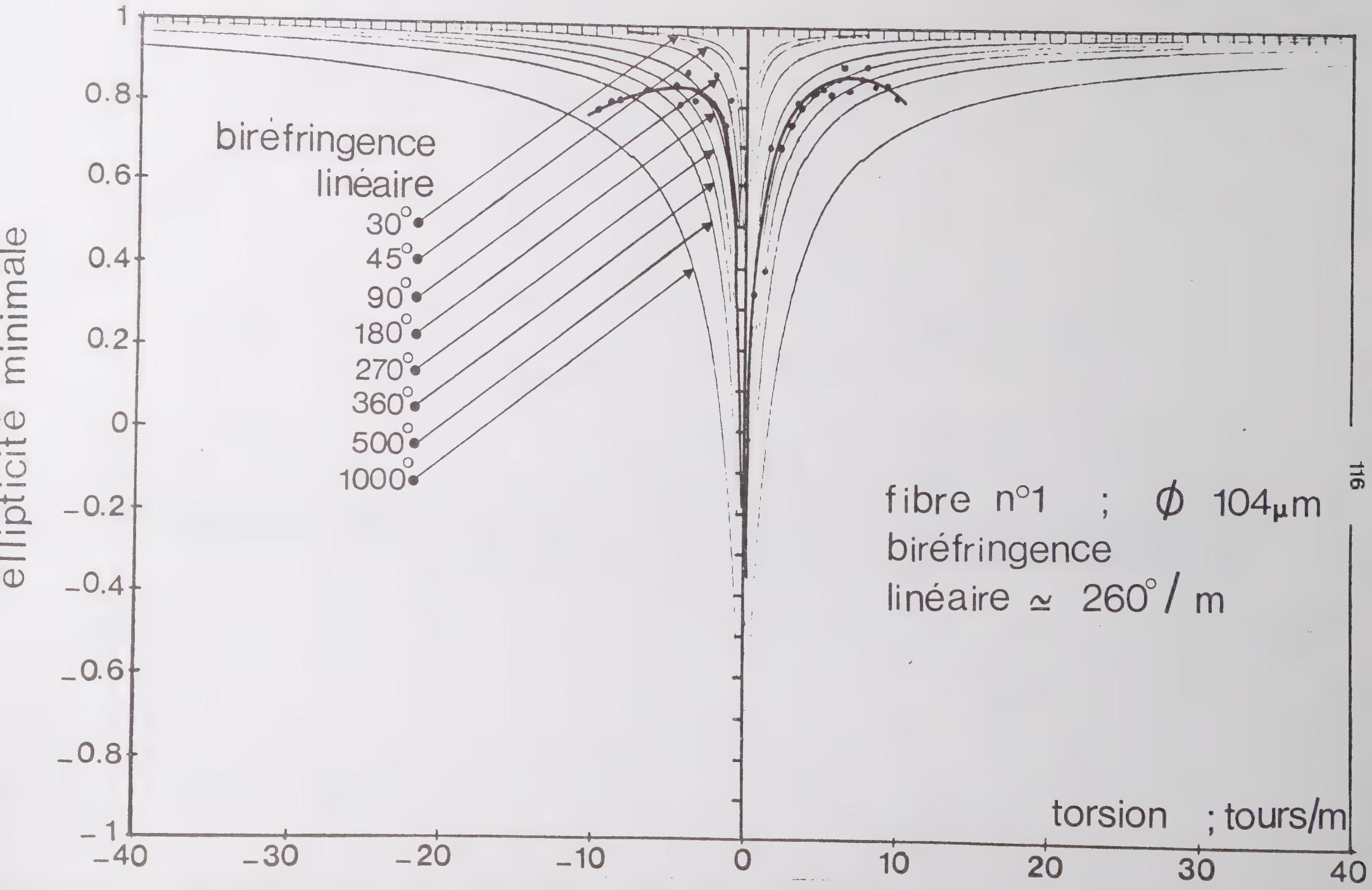


Figure 51 : Relevé d'ellipticité minimale.

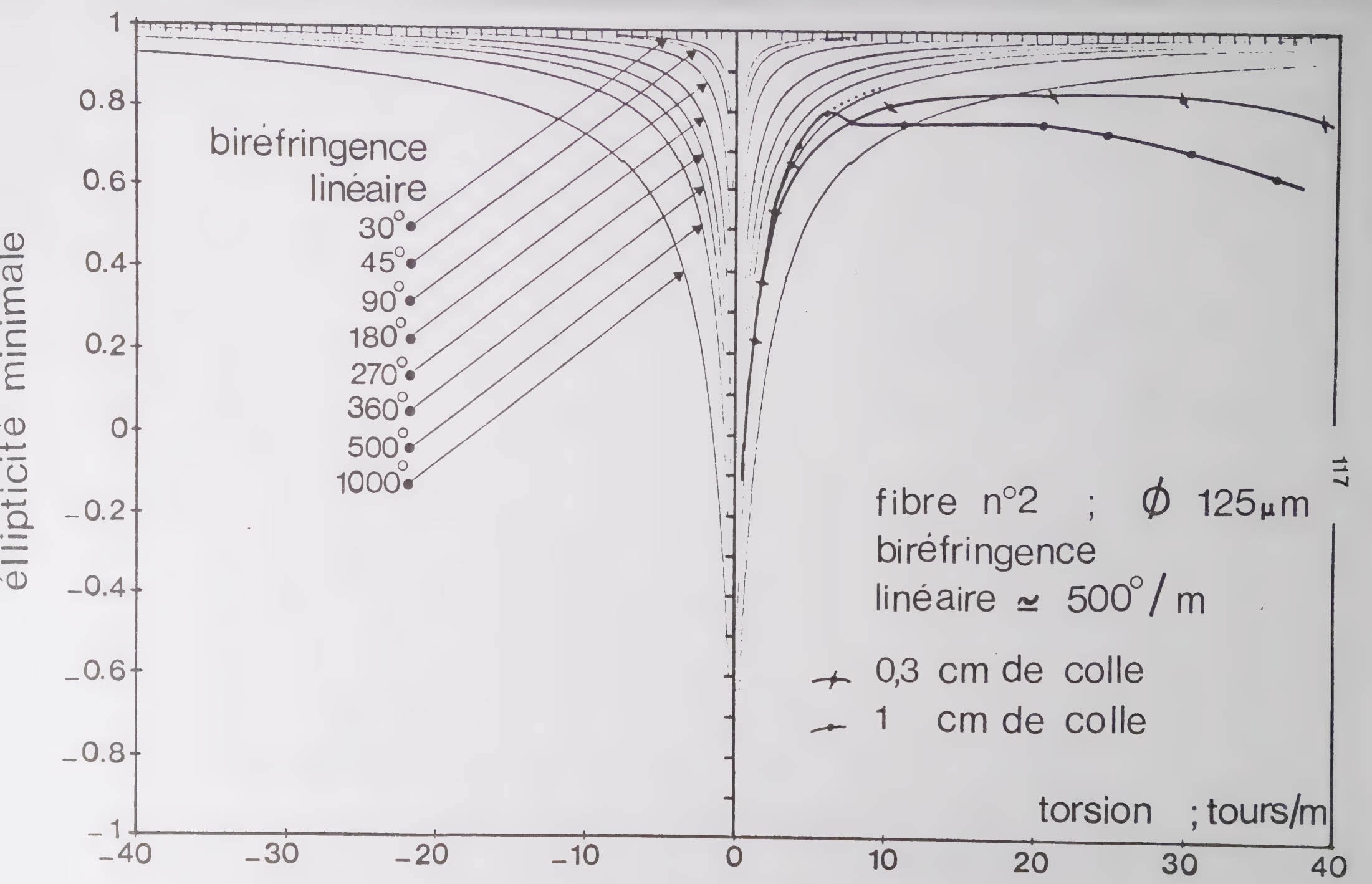


Figure 52 : Relevé d'ellipticité minimale.

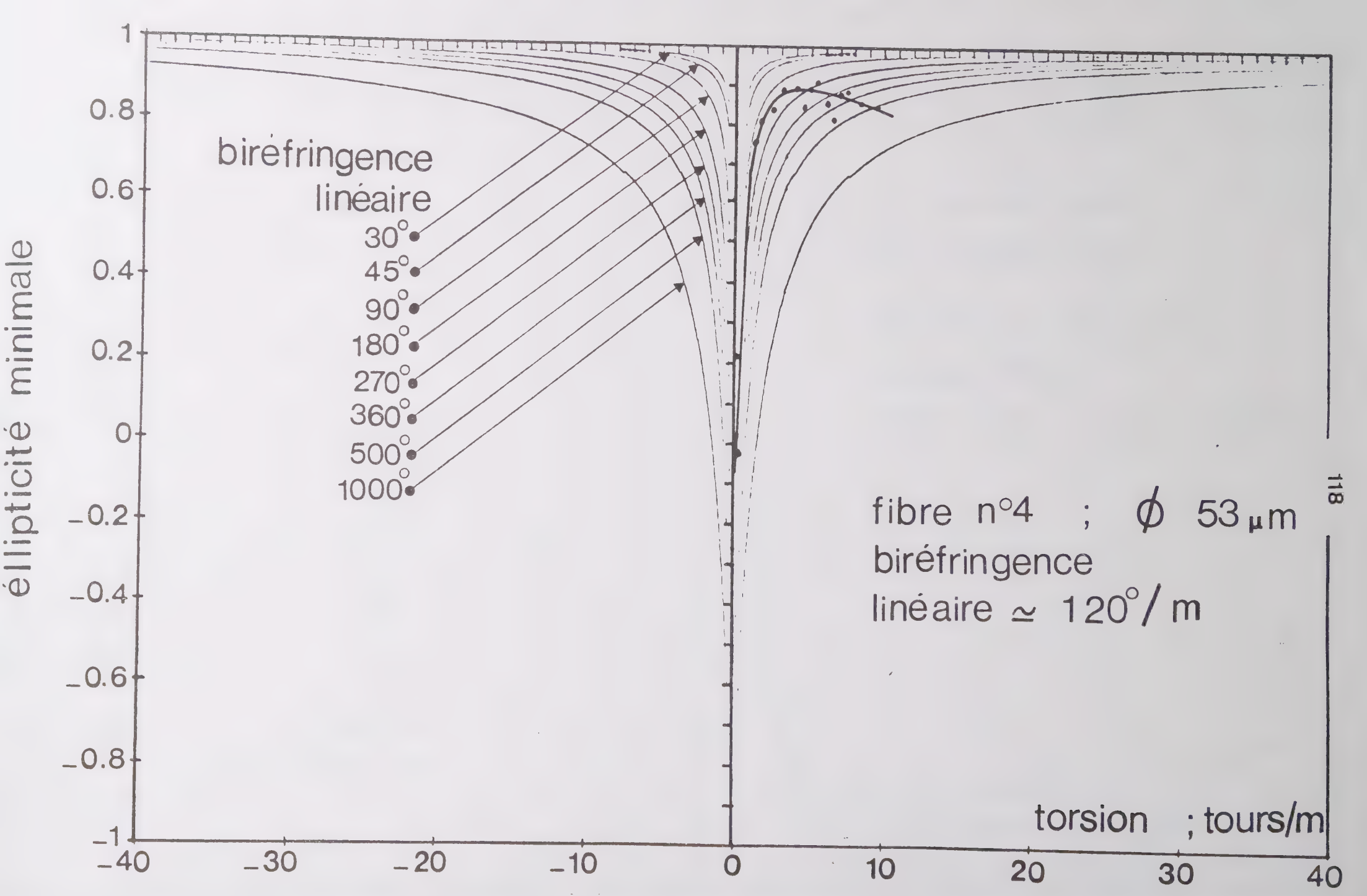


Figure 53 : Relevé d'ellipticité minimale.

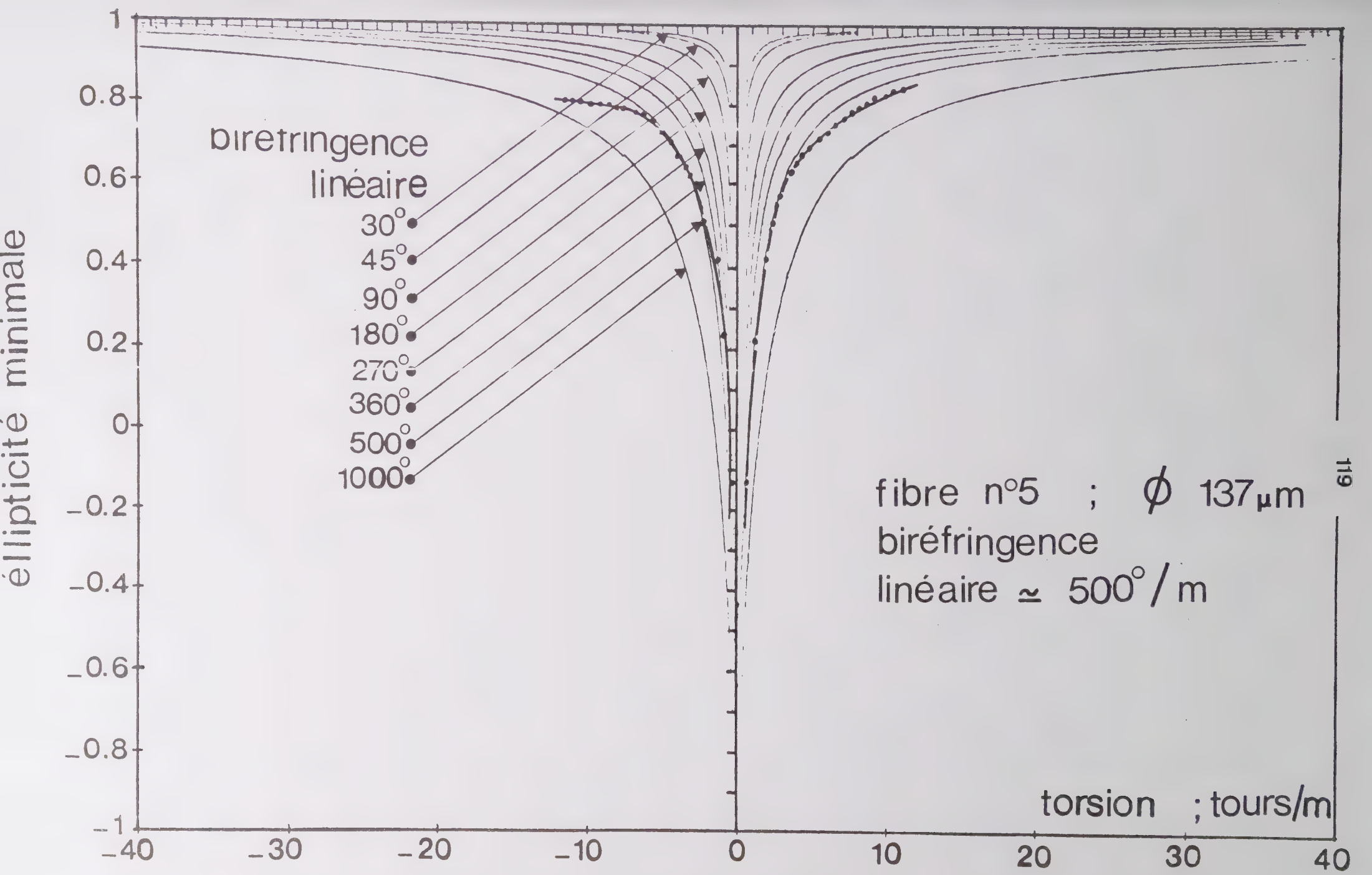


Figure 54 : Relevé d'ellipticité minimale.

II.8 - CHOIX DE LA FIBRE POUR L'AMPEREMETRE

II.8.1 - Caractéristiques des 5 fibres - Choix de la fibre

Nous possédons maintenant toutes les caractéristiques des fibres permettant de guider notre choix.

Dans le tableau 55 sont regroupées les caractéristiques des 5 fibres monomodes en notre possession. Le choix doit se porter sur une fibre résistante mécaniquement : la fibre 1 de 104 µm qui n'est pas gainée est exclue pour sa fragilité.

La fibre choisie doit être parfaitement monomode : la fibre 3 de 100 µm est éliminée. Enfin elle doit posséder une biréfringence linéaire la plus faible possible, ceci afin de nécessiter un degré de torsion moindre (problème du collage). La fibre n° 4 de 53 µm présente la plus faible biréfringence. La meilleure ellipticité obtenue avec cette fibre est de 0,95 pour une torsion d'environ 3,5 tours par mètre.

Notre choix se porte donc sur cette fibre en silice de 4 µm de diamètre de coeur et de 53 µm de diamètre extérieur. Sa résistance mécanique est bonne puisqu'elle accepte sans casser des torsions de plus de 200 tours par mètre. Sa biréfringence linéaire est de 90°/m d'après l'estimation du constructeur, en fait nous avons mesuré une biréfringence d'environ 120°/m.

II.8.2 - Evolution de la polarisation dans la fibre choisie

Les figures 56 à 59 représentent sur la sphère de Poincaré l'évolution de l'état de polarisation de la lumière dans la fibre choisie, ceci dans le repère du laboratoire, pour quatre différents degrés de torsion. On se rend compte que quelques tours de torsion par mètre suffisent à "confiner" l'évolution de l'état de polarisation vers le pôle Nord, c'est-à-dire à conserver la polarisation circulaire dans la fibre.

La meilleure ellipticité minimale de 0,95 répertoriée dans le tableau comparatif correspond à un essai réalisé sur environ 1 m de fibre. Sur une longueur d'environ 13 mètres, cette valeur est tombée à $\sim$ 0,9, ce qui reste très acceptable.

	fibre n° 1	fibre n° 2	fibre n° 3	fibre n° 4	fibre n° 5
ϕ extérieur (µm)	104	125	100	53	137
ϕ intérieur (µm)	4,46	~4	5,56	4	4,94
écart d'indice Δn	$4,3 . 10^{-3}$	?	$2,62 . 10^{-3}$	$4,4 . 10^{-3}$	$2,6 . 10^{-3}$
unimodalité V	faiblement multimode 2,48	oui <2,4	faiblement multimode 2,414	oui 2,251	oui 2,16
ouverture numérique O.N. angle limite	0,112 6,4°	?	0,087 5°	0,113 6,5°	0,087 5°
revêtement protecteur	non	oui	oui	oui	oui
tours de torsion avant cassure (t/m)	30	>200	>100	>200	>200
rayon de cassure (cm)	~1	<0,1	<0,2	<0,1	<0,1
résistance mécanique	mauvaise	très bonne	bonne	bonne	très bonne
biréfringence linéaire intrinsèque (°/m)	~260	~500	180 (constructeur)	120 (mesuré) 90 (construct.)	~500
meilleure ellipticité torsion nécessaire	0,85---0,9 6à7 t/m	~0,86 21 t/m	/	~0,95 3,5 t/m	~0,82 10 t/m
atténuation à 633nm (dB/km)	17,4	?	40	23,5	7,5
longueur d'onde de coupure (µm)	?	?	0,64	0,59	0,57
matériaux du cœur	silice	silice	silice dopée Ge	silice dopée Ge	silice
matériaux de la gaine	silice + bore + quartz	silice + bore	silice + bore + phosphore	silice + bore + phosphore	silice + fluor

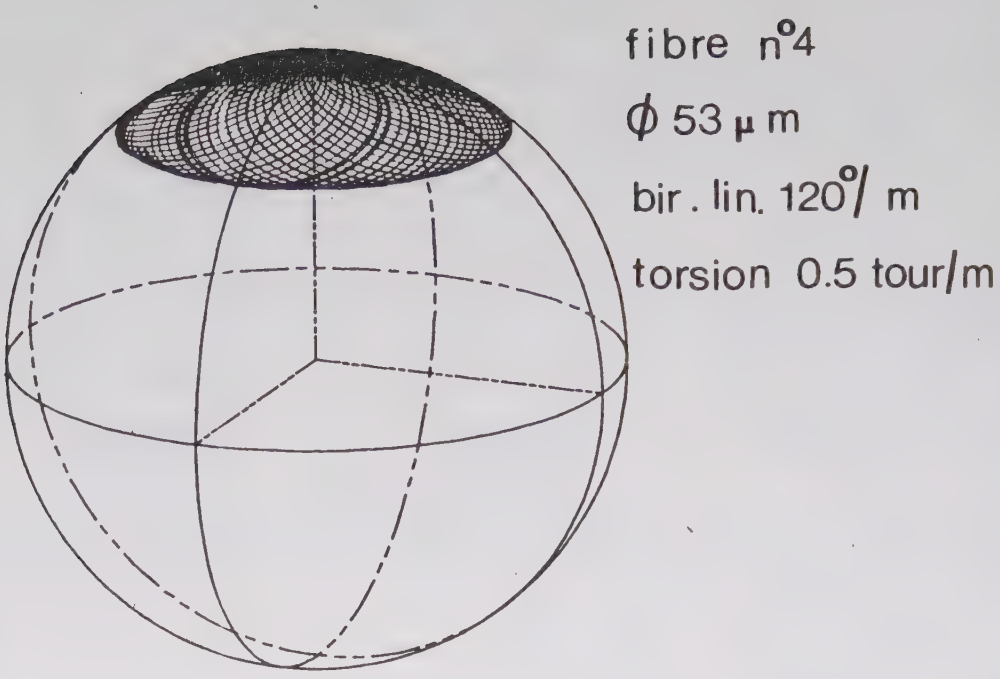


Figure 56 : Représentation sur la sphère de Poincaré de l'évolution de l'état de polarisation dans la fibre choisie pour une torsion d'un demi-tour par mètre.

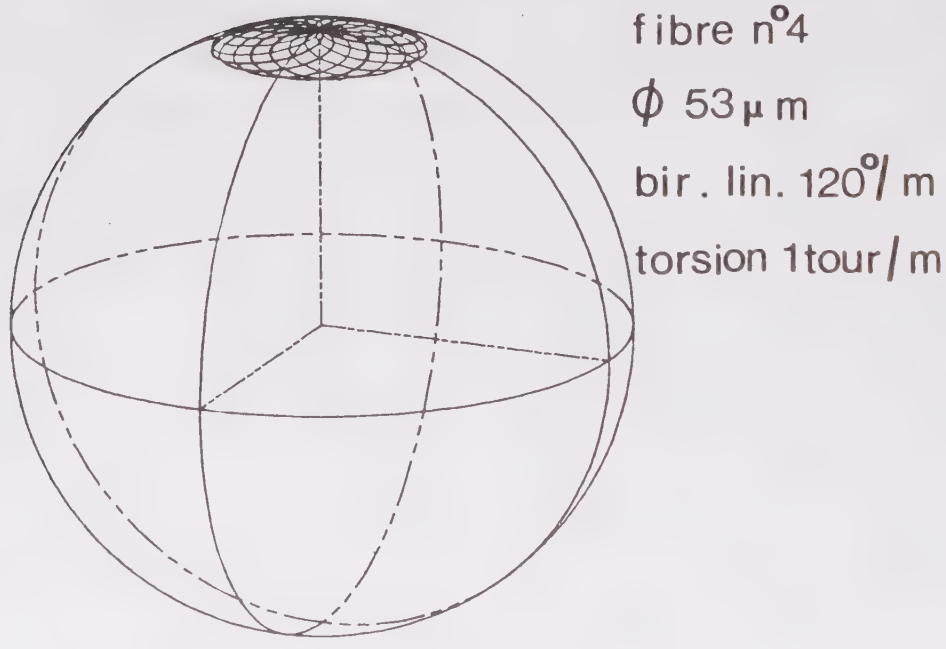


Figure 57 : Représentation sur la sphère de Poincaré de l'évolution de l'état de polarisation dans la fibre choisie pour une torsion d'un tour par mètre.

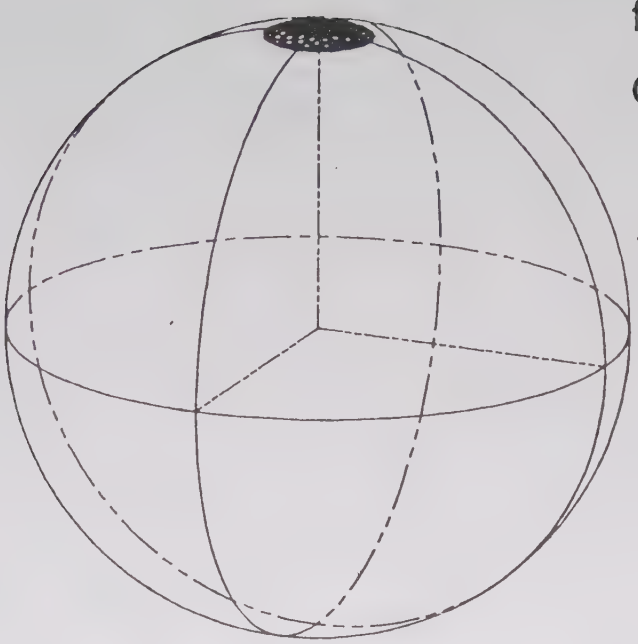


Figure 58 : Représentation sur la sphère de Poincaré de l'évolution de l'état de polarisation dans la fibre choisie pour une torsion de deux tours par mètre.

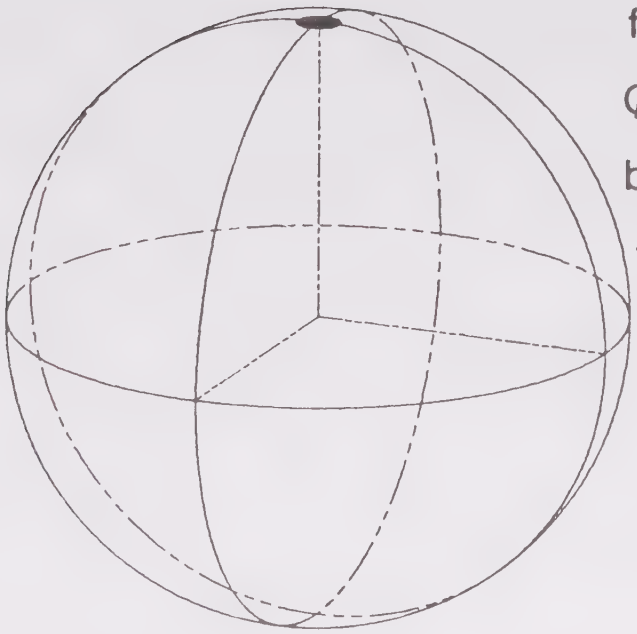


Figure 59 : Représentation sur la sphère de Poincaré de l'évolution de l'état de polarisation dans la fibre choisie pour une torsion de cinq tours par mètre.

II.8.3 - Influence de la courbure-rayon du touret

De même que la torsion de la fibre induit une biréfringence circulaire, courber la fibre provoque une biréfringence de type linéaire (R. ULRICH, S. RASHLEIGH and W. EICKHOFF, 1980 ; H.C. LEFEVRE, 1980). Les deux contraintes sont en fait duales l'une de l'autre vis-à-vis des biréfringences induites dans la fibre.

La mesure du courant implique que la fibre entoure N fois le conducteur parcouru par le courant à mesurer. La taille de l'enroulement ne doit pas être quelconque : un rayon de courbure trop petit induirait une biréfringence linéaire β_c telle que l'E.D.P. circulaire ne serait plus conservé. De même la fibre ne doit pas subir de traction au moment de l'enroulement sous peine d'induire une forte biréfringence linéaire (S.C. RASHLEIGH and R. ULRICH, 1980).

Il s'agit donc d'étudier l'influence du rayon de courbure sur la biréfringence linéaire induite.

Un calcul basé sur la mécanique des contraintes en rapport avec le tenseur élasto-optique est nécessaire (J.I. SAKAI and T. KIMURA, 1981).

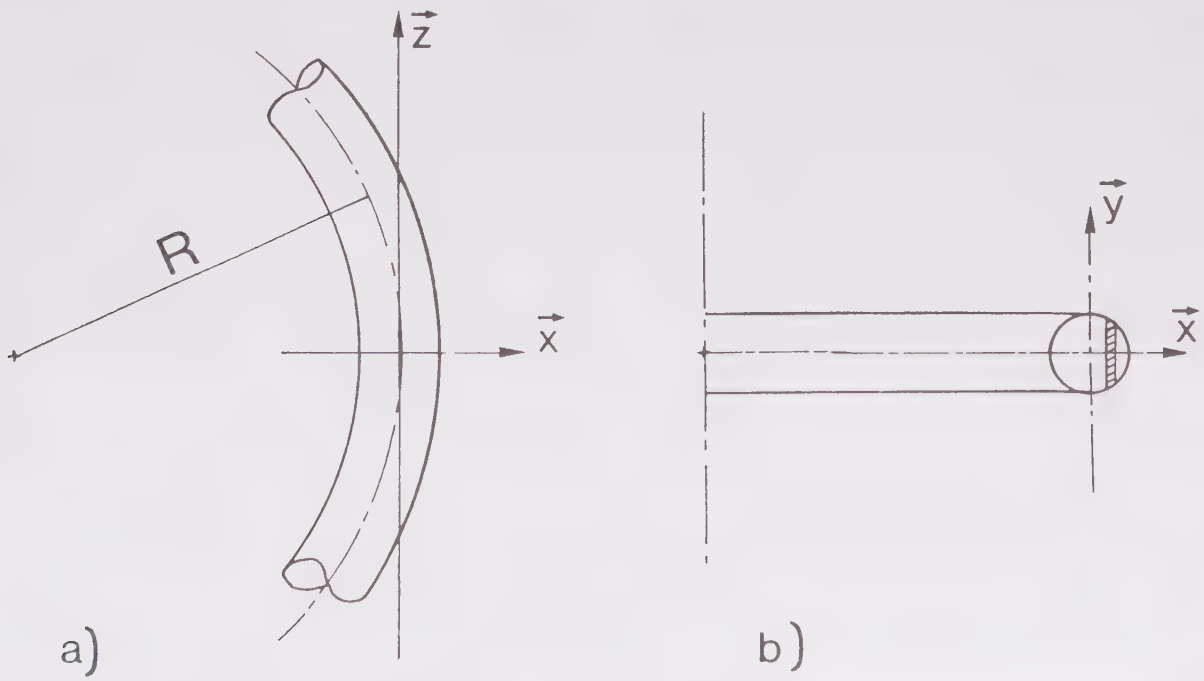


Figure 60 : Géométrie de la fibre courbée.

Le fait de courber la fibre suivant un rayon R (figure 60a) induit des contraintes de compressions suivant les trois axes x, y et z. La contrainte dominante est $\sigma_z = K.E_f.x$ où $K = 1/R$ est la courbure et E_f le module d'Young de la fibre.

Dans le plan xy, σ_2 est une contrainte d'extension pour $x > 0$ et de compression pour $x < 0$.

Ainsi la partie extérieure exerce une pression $-\sigma_x$ dans la direction R sur la partie intérieure. Cette pression est maximale sur l'axe donc dans le coeur de la fibre ce qui provoque la biréfringence. La contrainte la plus forte σ_z ne contribue pas directement à la biréfringence ; en effet σ_z est une fonction impaire de x, l'influence de cette contrainte obtenue par un calcul de perturbation au premier ordre est donc nulle. Pour le calcul de la tension latérale, la fibre est supposée élastique et isotrope.

Considérons une courbure relativement faible $K.r << 1$ où r est le rayon de la fibre. La tranche de fibre d'épaisseur dx et placée à l'abscisse x (figure 60b) supporte un rayon de courbure de (R+x). La tension suivant l'axe $\vec{x}$ est donc à cet endroit telle que :

$$\sigma_x(x+dx) - \sigma_x(x) = \frac{\sigma_z(x)dx}{R+x}$$

en négligeant x devant R nous obtenons :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = K^2 E_f.x \qquad (18)$$

Si l'on intègre la relation (18) le long de l'axe des x entre ± r, avec comme conditions aux limites $\sigma_x(r) = \sigma_x(-r) = 0$, nous obtenons :

$$\sigma_x(x) = \frac{K^2 E_f}{2} (x^2 - r^2)$$

Cette contrainte modifie l'indice de réfraction de la fibre par l'intermédiaire du tenseur élasto-optique de la fibre. Un calcul effectué par ULRICH et al. (June 1980) montre que la contrainte $\sigma_x(o)$ qui agit sur le coeur de la fibre provoque une biréfringence β_c pour une fibre en silice de :

$$\beta_c \simeq -7,7.10^7 \; r^2/R^2 \; deg/m$$

Ainsi pour notre fibre de 53 µm de diamètre extérieur, la biréfringence induite par enroulement (sans tension) sur un touret de rayon R (cm) est :

$$\beta_c \simeq 580/R^2_{(cm)} \qquad \text{deg/m}$$

Un touret de 5 cm de rayon induit une biréfringence linéaire de 23°/m.

La biréfringence linéaire intrinsèque de notre fibre est $\Delta\beta \simeq 120°/m$, si nous ne désirons pas détériorer l'E.D.P. en enroulant la fibre, la biréfringence linéaire β_c induite doit rester très inférieure à 120°/m.

Pour ne pas induire une biréfringence dépassant, disons $\Delta\beta/100$, R ne devra pas être inférieur à 10 cm. Pour les premières expérimentations nous avons donc choisi un touret de rayon 15 cm.

REFERENCES DU CHAPITRE II

F. ARONOWITS
"The laser Gyro" in "Laser application".
Vol. 1, édité par M. ROSS, Academic Press, 133-200 (1971).

A.J. BARLOW and D.N. PAYNE
"Polarization maintenance in circulary birefringent fibers".
Elect. Lett. Vol. 17 n° 11, 388-389 (1981).

A.J. BARLOW, J.J. RAMSKOV-HANSEN and D.N. PAYNE
"Birefringent and polarization mode-dispersion in spun single mode fibers".
App. Opt., Vol. 20, n° 17 (1981).

P. FERDINAND
"Mesure de la torsion induite dans une fibre optique unimodale".
2ème colloque sur les fibres monomodes, LIMOGES, 1er et 2 juin 1981.

P. FERDINAND et J.L. LESNE
"Induced circular birefringence and ellipticity measurement in a Faraday effect fiber ring interferometer".
Int. Conf. on Fiber Optic Rotation Sensor, M.I.T., 9-11 November 1981.

T.G. GIALLORENZI
"Optical communications research and technology : fiber optics".
Proceedings of the IEEE, Vol. 66, n° 7, July 1978.

P. GRAINDORGE
"Contribution à l'étude de la polarisation dans les fibres optiques monomodes".
Microthèse de l'Ecole Polytechnique, juin 1980.

M. JOHNSON
"POINCARE sphère representation of birefringent networks".
App. Opt., Vol. 20, n° 12, 2075-2080 (1981).

C. JONES
"A new calculus for the treatment of optical systems"
- J. Opt. Soc. Am. 31, 488-493 (1941)
- J. Opt. Soc. Am. 31, 493-499 (1941)
- J. Opt. Soc. Am. 31, 500-503 (1941)
- J. Opt. Soc. Am. 32, 486-493 (1942)
- J. Opt. Soc. Am. 37, 107-110 (1947)
- J. Opt. Soc. Am. 37, 110-112 (1947)
- J. Opt. Soc. Am. 38, 671-685 (1948)
- J. Opt. Soc. Am. 46, 126-131 (1956)

H.C. LEFEVRE
"Single-mode fiber fractional wave devices and polarization controllers"
Elect. Lett., Vol. 16, n° 20, 778-780 (1980).

D. MARCUSSE
"Principles of optical fiber measurements".
United Kingdom Edition, published by Academic Press Inc. (1981).

E. MILLER
"Introduction to practical fiber optics".
I.F.O.C. Fiber Optics, Vol. 1, n° 5, September 1980.

M. MONERIE et L. JEUNHOMME
"Polarization mode coupling in long single-mode fibers".
Opt. Quant. Elect. 12, 449-461 (1980).

D. OSTROWSKY
"Les télécommunications optiques".
La Recherche, n° 130, Vol. 13, 170-179, Février 1982.

H. POINCARE
"Théorie mathématique de la lumière".
Gauthier-Villars, Vol. 2, chapitre 2 (1892).

S.C. RASHLEIGH and R. ULRICH
"High birefringence in tension-coiled single mode-fibers".
Opt. Lett., Vol. 5, n° 8 (1980).

J.I. SAKAI and T. KIMURA
"Birefringence and polarization characteristiques of single mode optical fibers under elastic deformations".
IEEE, J. of Quant. Elect., Vol. QE17, n° 6 (1981).

J.I. SAKAI, S. MACHIDA and T. KIMURA
"Existence of eigen polarization modes in anisotropic single-mode optical fibers".
Opt. Lett., Vol. 16, n° 10 (1981).

W.P. SIEGMUND
"Fiber Optics".
Handbook of Optics, Section 13, Editor : W.G. DRISCOLL (1978).

A. SIMON and R. ULRICH
"Evolution of polarization along a single-mode fibers".
App. Phys. Lett., Vol. 13, n° 9 (1977).

A.M. SMITH
"Polarization and magneto-optic properties of single-mode optical fiber".
App. Opt., Vol. 17, n° 1 (1978).

A.M. SMITH
"Birefringence induced by bends and twists in single-mode optical fiber".
App. Opt., Vol. 19, n° 15, 2606-2611 (1980).

A.W. SNYDER
"Understanding monomode optical fibers".
Proc. of the IEEE, Vol. 69, n° 1, 6-13 (1981)

M. TREHEUX, R. BOUILLIE et Ch. BOISROBERT
"Premières études de système de transmission numérique sur fibre optique".
An. Télec., 29, n° 5-6, 235-246 (1974).

R. ULRICH
"Representation of codirectional coupled waves".
Opt. Lett., Vol. 1, n° 3 (1977).

R. ULRICH
"Polarization optics of twisted single-mode fibers".
App. Opt., Vol. 18, n° 13, 2241-2251 (1979).

R. ULRICH, S.C. RASHLEIGH and W. EICKHOFF
"Bending induced birefringence in single-mode fibers".
Opt. Lett., Vol. 5, n° 6, 273-275 (1980).

CHAPITRE TROISIEME

LA SOURCE DE LUMIERE

SOMMAIRE

III.1 - LASER ZEEMAN BIFREQUENCE STABILISE

III.2 - RAPPELS SUR LE LASER HELIUM-NEON CONTINU

III.2.1 - Les modes émis par le laser

III.2.2 - Fonctionnement sur un seul mode

III.2.3 - Le phénomène de "hole burning"

III.3 - RAPPELS SUR L'EFFET ZEEMAN

III.3.1 - L'effet Zeeman transverse sur un atome de Néon à 632,8 nm

III.3.2 - Effet Zeeman tranverse dans le tube Laser

III.3.3 - Différence de fréquence entre les deux polarisations

III.3.4 - Stabilisation de la raie laser

III.3.5 - Expérimentation sur le laser Zeeman

III.3.6 - Asservissement - Electronique

III.3.7 - Caractéristiques de la source réalisée

III.4 - ISOLATEUR DE FARADAY POUR DEUX POLARISATIONS

III.4.1 - Nécessité de l'isolateur

III.4.2 - Principe de l'isolateur

III.4.3 - Les rotateurs de Faraday

III.4.4 - Réalisation des rotateurs

III.4.5 - Configuration pratique de l'isolateur

III.4.6 - Fonctionnement de l'isolateur

III.1 - LASER ZEEMAN BIFREQUENCE STABILISE

Voir
- N. UMEDA - M. TSUKIJI and H. TAKASAKI (1980)
- J.B. FERGUSSON and R.H. MORRIS (1978)
- T. BAER - F.V. KOWALSKI and J.L. HALL (1980)
- H. TAKASAKI - N. UMEDA and M. TSUKIJI (1980)
- YOSHIHIRO OHTSUKA and KAZUYOSHI ITOH (1979)
- C.J. TIMMERMANS - P.H.J. SCHELLEKANS and D.C. SCHRAM (1978)
- P. FERDINAND - J.L. LESNE - C. CAHEN et B. DESSUS (1982)

La méthode de comparaison de phase que nous avons choisie pour notre ampèremètre repose sur la propagation de deux ondes circulaires légèrement séparées en fréquence.

Pour cela la source lumineuse doit délivrer deux ondes à polarisations croisées décalées en fréquence.

Nous avons opté pour la réalisation d'un laser He-Ne de type bifréquence, c'est-à-dire émettant deux ondes polarisées linéairement orthogonales et décalées en fréquence d'environ 100 kHz.

Nous avions dans notre laboratoire un tel laser fabriqué commercialement (HEWLETT-PACKARD) de type "Zeeman longitudinal", malheureusement celui-ci de puissance relativement faible (200 µW) rendait les mesures particulièrement difficiles.

Il n'est pas possible de réaliser un laser monomode plus puissant par effet Zeeman longitudinal, en effet un champ magnétique longitudinal réalisable ($\sim$ 50 G) ne peut rendre monomode le laser, il ne sert qu'à créer la biréfringence magnétique qui sépare en fréquence les deux polarisations circulaires émises. De ce fait, le tube laser utilisé doit déjà être monomode donc de faible longueur et très peu puissant.

Nous avons donc été amenés à développer un laser bifréquence à effet "Zeeman transverse", stabilisé en température, qui remplit notre cahier des charges et délivre une puissance d'environ 3 mW.

III.2 - RAPPELS SUR LE LASER HELIUM - NEON CONTINU

Voir
- A. ORSZAG et G. HEPNER (1980)
- D.C. O'SHEA et Al. (1980)

III.2.1 - Les modes émis par le laser

La raie d'émission d'un laser continu n'a pas une largeur spectrale nulle. Trois processus limitent cette largeur :

- l'élargissement "naturel" dû à la durée de vie finie du niveau excité ($\Delta\nu \sim 1/T$),
- l'élargissement par effet Doppler (mouvement des atomes),
- et l'élargissement dû aux collisions.

Dans le laser He-Ne comme dans la plupart des laser à gaz émettant dans le visible, l'élargissement Doppler est dominant (en raison principalement de la température élevée du plasma et des masses atomiques relativement faibles).

A l'équilibre thermique la distribution des composantes de vitesses v_z (selon une direction d'observation O_z donnée) est représentée par courbe gaussienne (loi de Maxwell), figure 61.

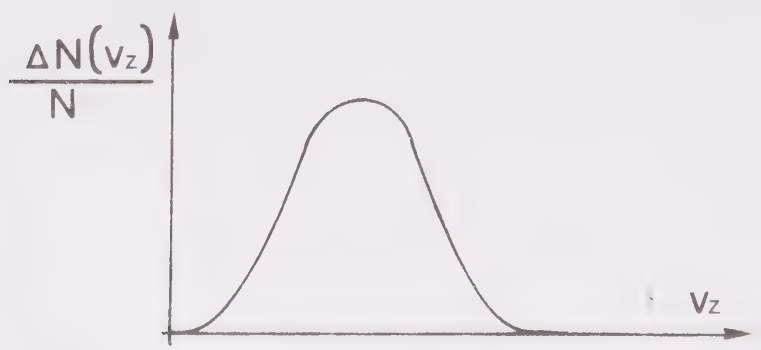


Figure 61 : Distribution des vitesses dans un gaz en équilibre thermique ; $\Delta N(v_z)$ est le nombre d'atomes par unité de volume dont la vitesse est comprise en valeur absolue entre v_z et $v_z + dv_z$.

Compte tenu de cette distribution statistique des vitesses et du décalage en fréquence (la fréquence de résonance des atomes n'est pas la même suivant la composante de leur vitesse dans la direction d'observation $\nu' = \nu.(1 \pm \mathcal{V}_z/c)^{-1}$ de chacun des paquets d'atomes émetteurs, l'ensemble de la raie obtenue a un profil gaussien (figure 62).

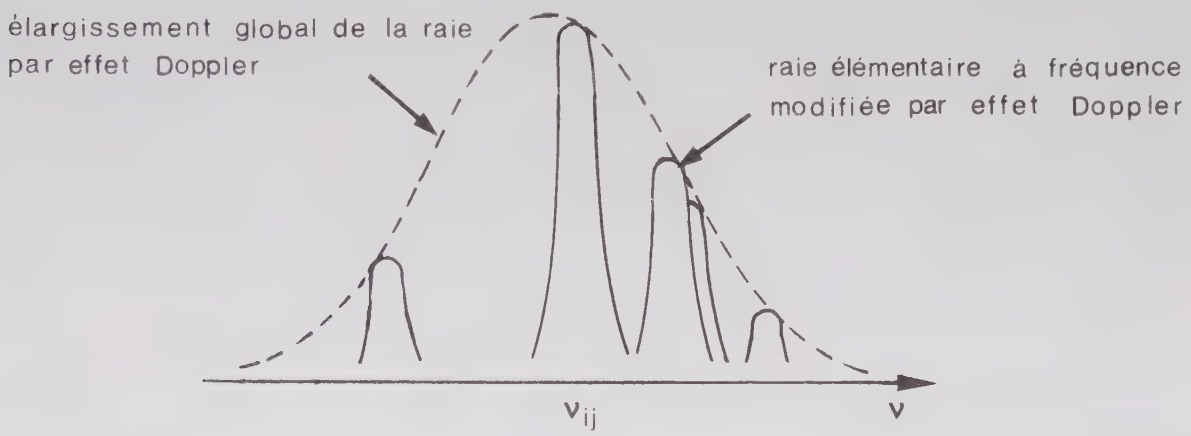


Figure 62 : Profil de la raie dû à l'élargissement Doppler.

Dans un laser He-Ne la largeur de la raie est d'environ 1600 MHz. L'élargissement Doppler est dit inhomogène : les différents atomes du gaz émettent et absorbent dans des bandes de fréquence centrées sur des fréquences différentes ainsi la réponse totale des atomes présents dans le gaz est élargie de façon inhomogène.

- Les modes axiaux du laser :

Considérons une onde plane se propageant dans la direction normale aux deux miroirs distants de L. Après un aller et retour la variation de phase est :

$$\Delta\varphi = 2\pi n.(2L)/\lambda$$

Seules les ondes dont :

$$\Delta\varphi = 2\pi n \times q \quad (q \in \mathbb{N}^*)$$

reviennent en phase avec l'onde initiale. Leurs champs électriques s'ajoutent en phase. La densité d'énergie devient suffisante pour induire des transitions

à cette fréquence. A chaque valeur de q correspond dans la cavité une structure stationnaire du champ appelée mode longitudinal ou mode axial. Chaque mode est caractérisé par sa fréquence :

$$\nu = q \left(\frac{c}{2L}\right)$$

Deux modes voisins ν_q et ν_{q+1} sont donc séparés en fréquence par :

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}$$

Pour notre tube He-Ne faisant environ 25 cm de longueur :

$$\Delta\nu = \frac{3.10^{10} \text{ cm/s}}{2 \times 25 \text{ cm}} \simeq 600 \text{ MHz}$$

Les modes émis par le laser sont obtenus par le produit du profil de raie de la transition laser et du peigne de largeur c/2L des modes de la cavité. La largeur de la raie est d'environ 1600 MHz et l'intermode environ 600 MHz, on en déduit que trois modes peuvent osciller simultanément dans la cavité. Notre laser est donc multimode (figure 63).

II.2.2 - Fonctionnement sur un seul mode

Le laser ayant un élargissement inhomogène, il peut fonctionner sur plusieurs modes simultanément. L'émission d'un seul mode ne peut être obtenue que si celui-ci a un gain très supérieur aux autres. Il existe plusieurs façon d'obtenir ce fonctionnement. Citons la méthode de la petite cavité : on s'arrange pour qu'il n'existe qu'un seul mode axial de la cavité, pour cela, la longueur de celle-ci doit être suffisamment faible pour que l'intermode c/2L vaille au moins 1600 MHz. Soit une longueur de :

$$(c/2) / 1600.10^{6} \simeq 10 \text{ cm}$$

De tels tubes lasers existent mais sont d'une puissance insuffisante ($\leqslant$ 1 mW).

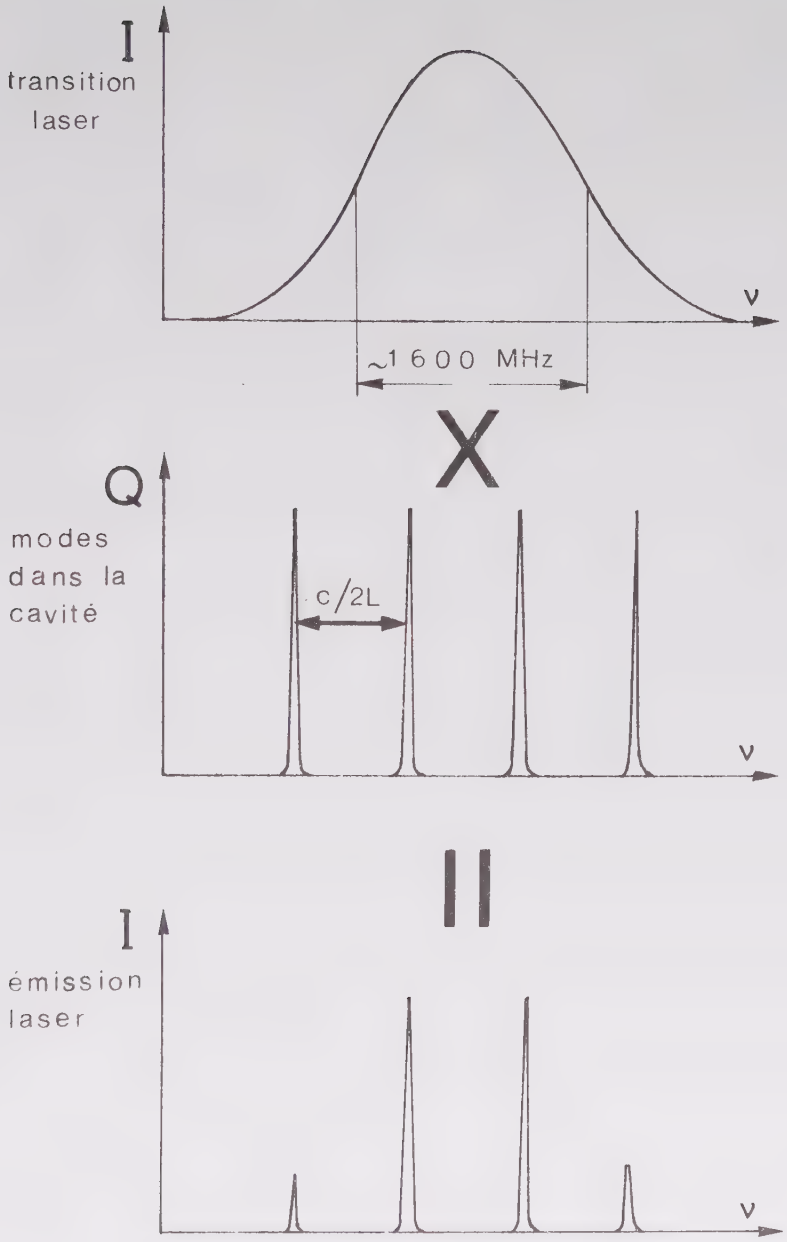


Figure 63 : Spectre de l'émission laser obtenu en combinant le profil de raie de la transition et les modes de la cavité.

Nous devons donc pour obtenir une puissance de quelques mW utiliser un laser multimode et le rendre monomode. Ceci peut se faire de deux façons :

- soit de manière destructive, en plaçant un élément dispersif dans la cavité (il se produit une compétition de gain qui "écrase" les autres modes présents dans la cavité),
- soit en réalisant un couplage entre les modes afin de faire revenir les modes adjacents vers la fréquence centrale.

La méthode dispersive a l'inconvénient de diminuer fortement la puissance de sortie du laser nous devons donc opter pour la deuxième solution.

Nous allons démontrer dans les prochains paragraphes que ce couplage peut être obtenu par effet Zeeman grâce au phénomène de "hole burning" dans la courbe de gain.

III.2.3 - Le phénomène de "hole burning"

Considérons une onde parcourant la cavité dans un sens donné. Elle provoque des transitions à la fréquence ν qui accroissent son amplitude et diminuent l'inversion de population donc le gain. A chaque fréquence particulière correspond l'ensemble des atomes animés d'une certaine vitesse selon la direction de propagation de l'onde. Après passage de l'onde la courbe de gain est altérée à la fréquence ν où elle présente un creux. Les modes de la cavité creusent ainsi des "trous" dans la courbe de gain en "brûlant sélectivement" les atomes excités correspondants, ce processus est appelé "hole burning" dans la littérature anglo-saxonne.

A son retour, l'onde va intéragir avec des atomes ayant la même vitesse en valeur absolue à l'aller et au retour mais de signes contraires. Pour l'expérimentateur immobile la contribution de ces nouveaux atomes est symétrique : il apparaît ainsi deux trous symétriques dans la courbe de gain (figure 64).

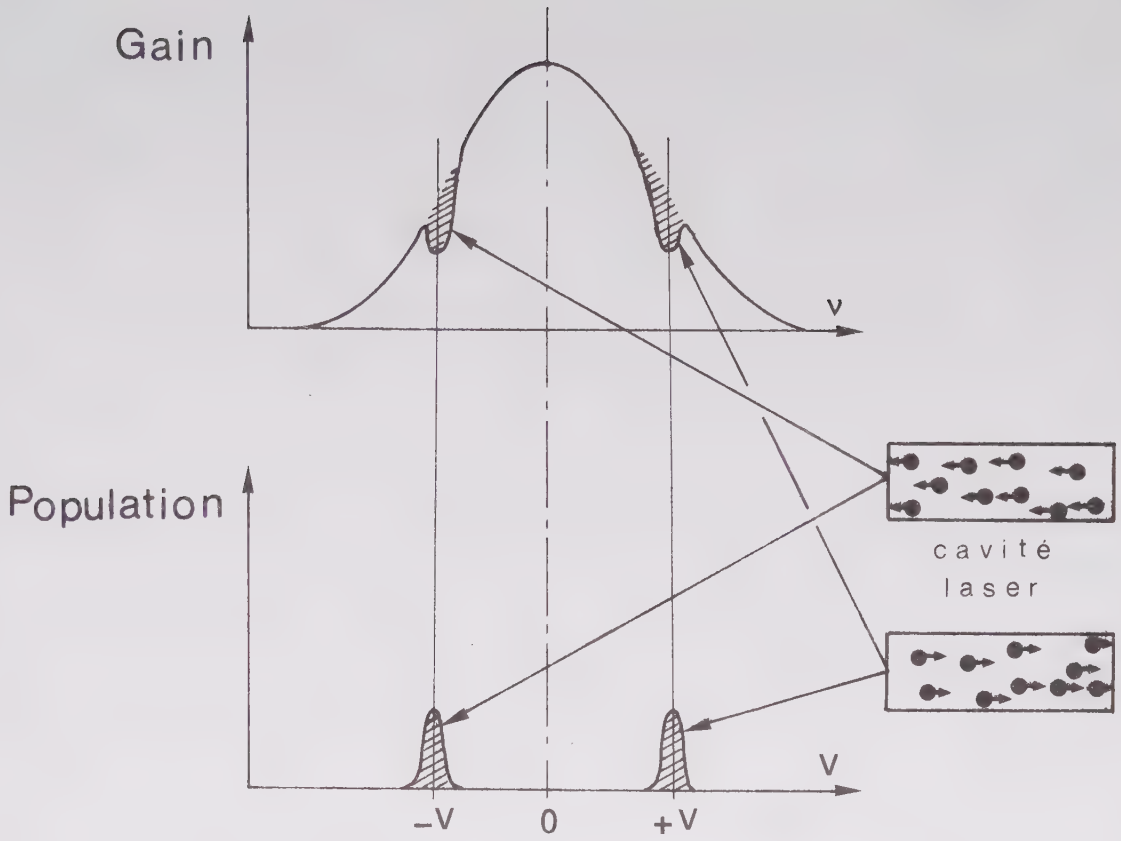


Figure 64 : Courbe de gain en présence du "hole burning".

III.3 - RAPPELS SUR L'EFFET ZEEMAN

III.3.1 - L'effet Zeeman transverse sur un atome de Néon à 632,8 nm

La transition laser à 632,8 nm se produit entre un niveau de moment angulaire J=1 et un niveau de moment J=2 des atomes du Néon.

En présence d'un champ magnétique transverse la dégénérescence de ces deux niveaux est levée, c'est l'effet Zeeman. Chaque niveau se décompose en 2J+1 sous niveaux, soit trois sous-niveaux pour le niveau supérieur et cinq pour le niveau inférieur (figure 65). Toutes les transitions atomiques entre les deux groupes de niveaux ne sont pas permises.

Les règles de sélection imposent :

$$\Delta m_J = 0, \pm 1$$

Il existe donc au total neuf transitions : trois transitions π ($\Delta m_J = 0$) correspondant à une émission dont la polarisation est parallèle au champ magnétique, les trois transitions σ_- provenant d'une transition $\Delta m_J = -1$ et les trois transitions σ_+ ($\Delta m_J = +1$) correspondant à une émission dont la polarisation est perpendiculaire au champ magnétique. Les raies σ_-, π et σ_+ sont séparées en fréquence de $\Delta\nu = g\mu_B B/h$ soit environ 1,82 MHz/Gs.

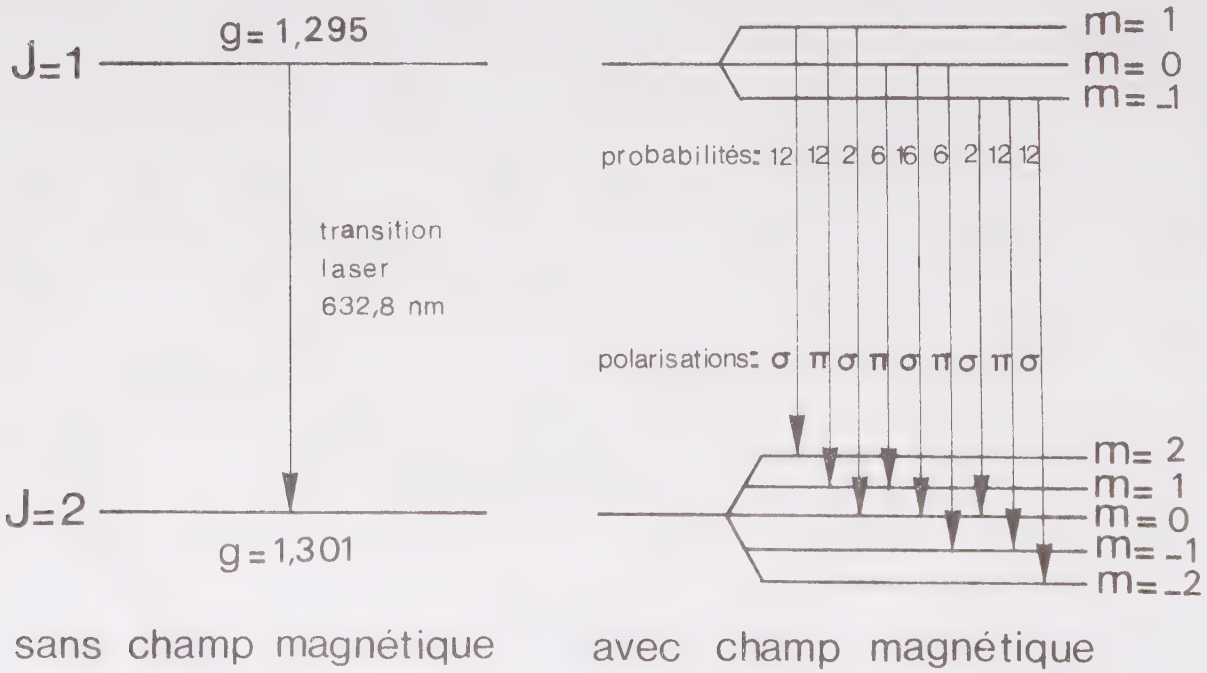


Figure 65 : Transitions He-Ne à 632,8 nm.

III.3.2 - Effet Zeeman tranverse dans le tube

En l'absence de champ magnétique, les modes ne sont pas couplés, ils se construisent à partir de la population d'atomes correspondante et chacun d'eux creuse deux trous symétriques dans l'inversion (hole burning).

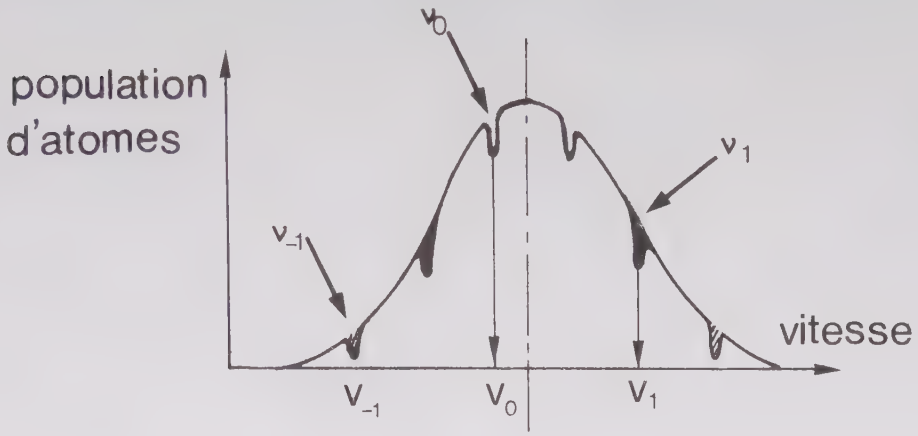


Figure 66 : "Hole-burning" dans la courbe d'inversion sans champ magnétique.

Pour rendre monomode le laser, l'idée est de coupler les populations pour créer une compétition entre les modes (FERGUSSON, 1978). Lorsque l'on applique le champ magnétique, chaque mode se sépare en trois, (figure 67).

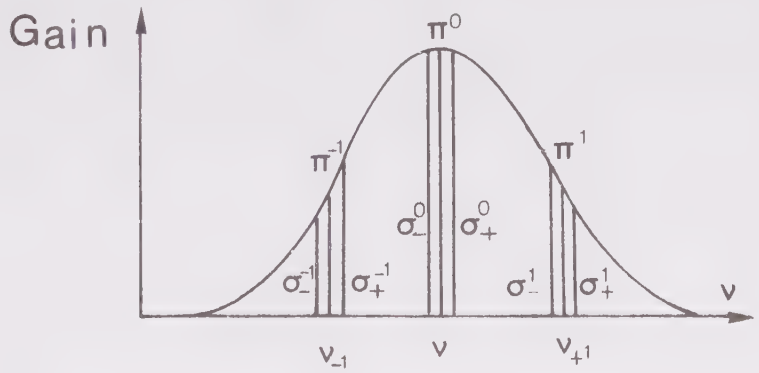


Figure 67 : Séparations de chaque mode en trois raies en présence du champ magnétique : Effet Zeeman.

Pour un mode donné (celui du centre par exemple), en présence d'un champ magnétique faible, les "hole-burning" contribuant aux raies σ°_{-}, π° et σ°_{+} bien que séparés de 1,82 MHz/G se chevauchent. L'écart en fréquence de 1,82 MHz/G est inférieur à la largeur Doppler des densités atomiques associées à chaque raie (figure 68). Les trois raies σ°_{-}, π° et σ°_{+} sont donc couplées par l'intermédiaire des populations de vitesse.

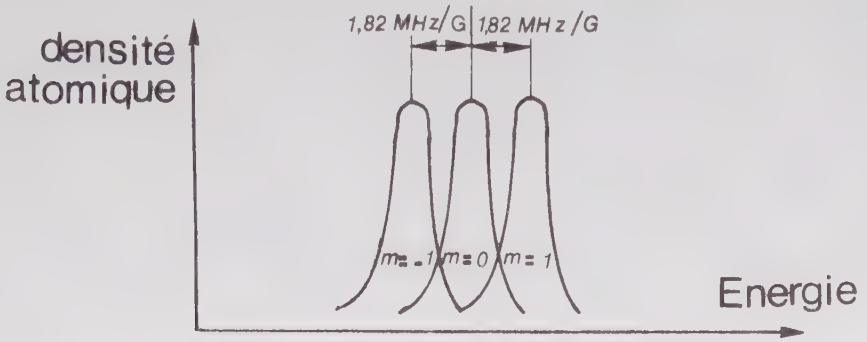


Figure 68 : Distributions Doppler des raies σ°_{-}, π° et σ°_{+}.

Lorsque le champ magnétique croît, le décalage entre les trois raies augmente et celles-ci deviennent de moins et moins couplées. Si on augmente suffisamment le champ magnétique pour que le décalage Zeeman corresponde à l'intermode c/2L, les "hole burning" correspondant aux raies σ, vont venir chevaucher ceux des raies π adjacentes. On forme ainsi trois nouveaux modes :

$$(\sigma^{-2}_{+} , \pi^{-1} , \sigma^{\circ}_{-}) \quad ; \quad (\sigma^{-1}_{+} , \pi^{\circ} , \sigma^{+1}_{-})$$

et :

$$(\sigma^{\circ}_{+} , \pi^{+1} , \sigma^{+2}_{-}) \; ; \text{ (figure 69)}$$

Il faut donc réaliser un champ magnétique tel que le décalage Zeeman soit égal à l'intermode :

$$\cdot = \frac{\frac{1}{2}\mu_B B_c}{h} = \frac{c}{2L}$$

Lorsque cette condition est réalisée, les trois modes s'alimentent dans la même population de vitesse.

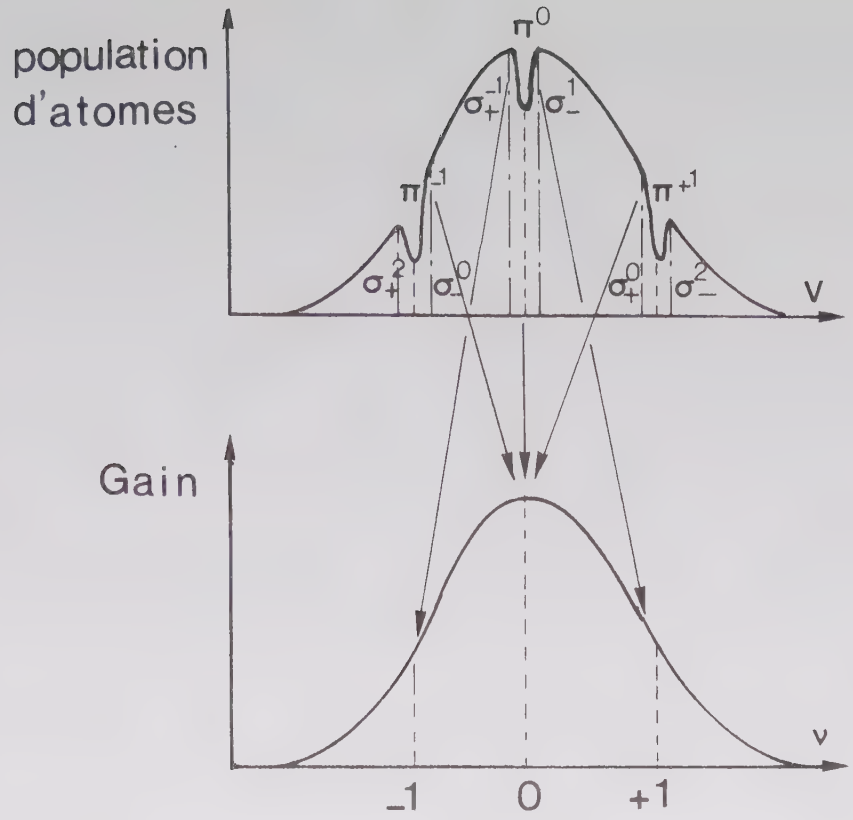


Figure 69 : Contribution à chacun des trois modes (-1, 0 et +1).

Il y a donc un fort couplage entre les modes. Il se produit alors une compétition directe entre eux. Le mode central est situé au milieu de la courbe de gain, il a donc un gain plus élevé que les modes adjacents et "pompe" l'énergie de ceux-ci qui s'écroulent. On obtient ainsi un seul mode :

$$\sigma_+^{-1} \quad \pi^0 \quad \sigma_-^{+1}$$

La courbe de gain du laser se trouve alors modifiée : sa largeur vaut environ c/2L si le laser est parfaitement monomode. L'énergie émise restant constante, la hauteur de la courbe de gain est amplifiée. Nous avons donc à ce stade un laser monomode émettant deux polarisations linéaires orthogonales à la même fréquence.

III.3.3 - Différence de fréquence entre les deux polarisations

Le fait de placer le tube laser dans le champ magnétique, crée une biréfringence dans le plasma : les indices de réfractions associées aux directions parallèle et perpendiculaire au champ deviennent légèrement différents.

Cette biréfringence associée à celle des mirois du tube induit une différence de chemin optique entre les deux polarisations σ et π. Cette anisotropie provoque la séparation en fréquence des deux polarisations. Les valeurs prises par cette différence de fréquence sont fonction du champ magnétique (biréfringence du plasma) et de l'orientation des axes de miroirs lors de la fabrication des tubes laser (biréfringence des miroirs). Notons que cette orientation est aléatoire : les axes des miroirs n'étant pas repérés lors de la fabrication des tubes.

La différence de fréquence entre les deux polarisations est donc particulière à un tube laser. Les valeurs numériques de cette différence sont comprises entre quelques dizaines et quelques centaines de kilohertz. Pour un même tube, la différence de fréquence entre les polarisations varie lors de la rotation du tube autour de son axe preuve du rôle joué par la biréfringence des miroirs.

Cette différence de fréquence varie également en fonction d'un autre paramètre : la position du mode dans la courbe de gain. Lors de la mise en route du laser, la température du tube augmente, la longueur de la cavité également et ainsi le mode unique se déplace dans la courbe de gain. Lorsque le mode est situé au centre de la courbe, les modes adjacents sont très petits mais lorsque celui-ci dérive, et sort dans la "zone monomode", un mode adjacent apparaît. Celui-ci perturbe la fréquence de battement et la sinusoïde du battement. De même les intensités des polarisations π et σ s'en trouvent quelque peu modifiées. La composante π passe par un maximum au centre de la courbe et la composante σ par un minimum, la puissance émise restant constante.
Les figures 70a à 70d indiquent les positions du mode dans la zone monomode a), non monomode b), ainsi que le profil des polarisations et du battement de fréquence, ce dernier ayant la forme d'un S.

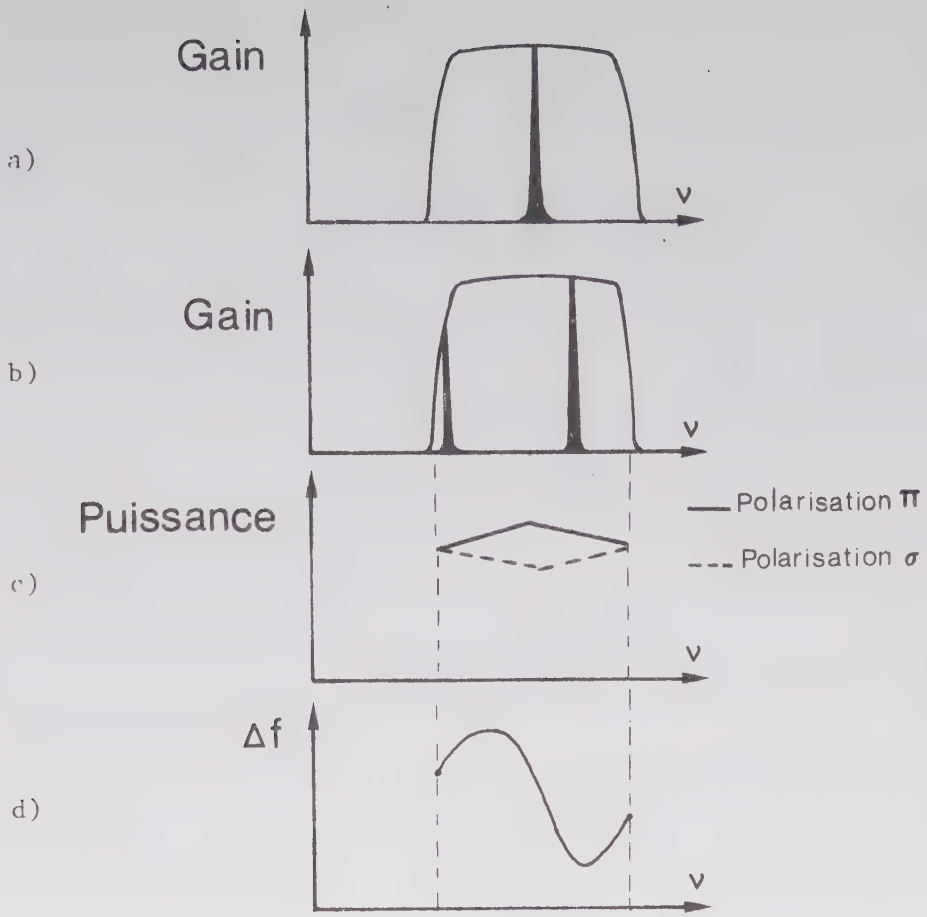


Figure 70 : Position du mode principal dans la zone monomode au centre a), hors de la zone monomode b), profil des polarisations c) et du battement de fréquence d).

III.3.4 - Stabilisation de raie laser

Pour rendre monomode le laser, il faut stabiliser le mode dans la zone centrale de la courbe de gain, là où les modes adjacents sont très petits. La position du mode dans la cavité est fonction de la longeur du tube, c'est-à-dire de la température. Il faut donc réaliser un asservissement en température. Pour ce faire, nous avons trois possibilités :

- asservir sur le "lamb dip" (*) en contrôlant la puissance de sortie du laser.
- contrôler l'intensité émise par les polarisations π et σ et asservir la longueur du tube de façon à rendre maximale l'intensité émise suivant la direction π et minimale celle suivant σ.
- mesurer la fréquence de battement Δf entre les deux polarisations et asservir la longueur du tube sur la fréquence moyenne de la courbe en S.

Nous préférons opter pour la dernière solution : la courbe représentant la différence de fréquence en fonction de la longueur d'onde est linéaire dans la zone centrale, tandis que les courbes représentant les intensités des polarisations présentent un maximum (π) et un minimum (σ).

Du point de vue de l'asservissement électronique, il est aisé de stabiliser un paramètre autour d'un point situé sur une droite.

De plus, un asservissement en fréquence permet de choisir et de connaître au préalable cette fréquence et également de s'affranchir des fluctuations d'intensité du laser.

III.3.5 - Expérimentations sur le laser Zeeman

Le tube laser utilisé est un laser Spectra-Physics non polarisé modèle 133 de longueur 27,5 cm et de puissance environ 2,8 mW. Ce laser en l'absence de champ magnétique permet l'oscillation de trois modes.

(*) Lorsque la raie est exactement au centre de la courbe d'inversion, les deux "hole burning" ne font plus qu'un, le nombre d'atomes total contribuant à cette fréquence devient donc inférieur. La puissance émise diminue donc légèrement : c'est le "lamb dip". Ce creux dans la courbe de gain étant très pointu, il est possible de stabiliser la raie par contrôle de la puissance de sortie.

Pour rendre monomode ce laser, l'effet Zeeman doit provoquer une séparation en fréquence entre les raies π et σ de $c/2L \simeq 545$ MHz. Le champ magnétique critique B_c nécessaire à cette séparation vaut $545/1,82 \simeq 300$ G.

Le figure 71 représente le montage utilisé pour la détermination expérimentale du champ magnétique critique.

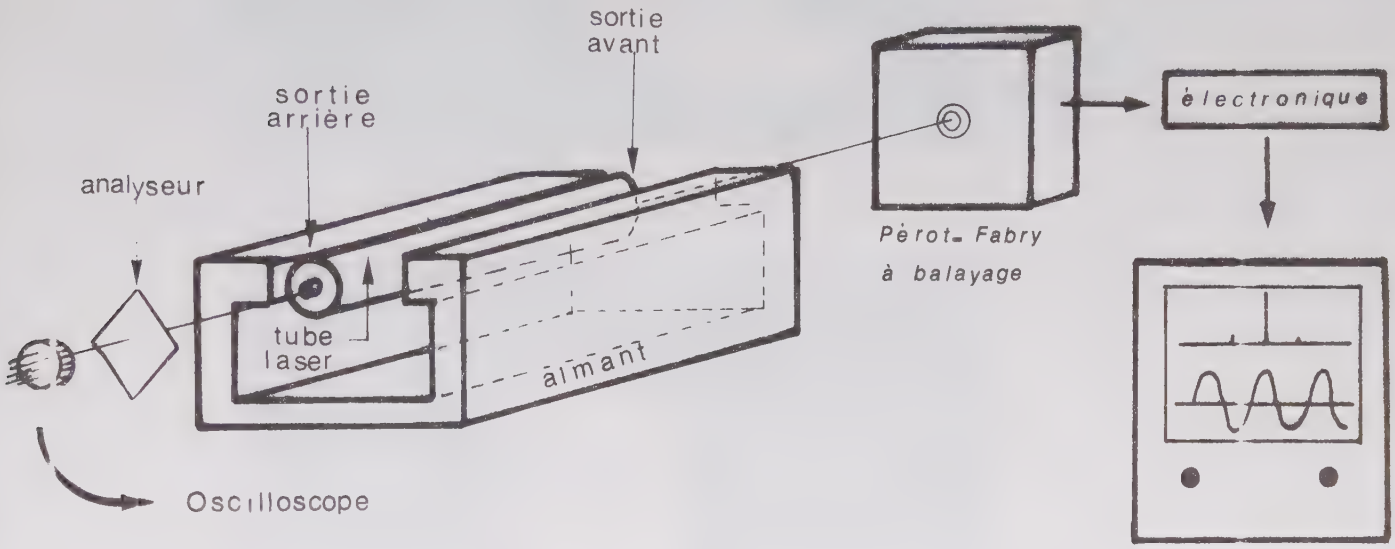


Figure 71 : Détermination du champ critique.

Le tube est placé dans l'entrefer d'un aimant produisant un champ supérieur au champ critique théorique, soit environ 400 G au centre de l'entrefer. Un Pérot-Fabry à balayage, analyse les modes du laser qui sont visualisés sur l'oscilloscope. La sortie arrière du laser est utilisée pour recueillir le battement entre les deux polarisations.

L'aimant est déplacé verticalement de quelques millimètres afin d'obtenir le champ critique sur le laser. A ce moment les modes adjacents sont minimum et le battement a la forme d'une sinusoïde parfaite.

La figure 72a représente la forme de la courbe de gain du laser en l'absence de champ magnétique. Trois modes sont présents dans cette courbe. La figure 72b représente cette courbe lorsque le champ critique est appliqué (environ 350 Gs expérimentalement). La figure 73 représente le mode principal entouré de deux modes adjacents. Le rapport d'amplitude est d'environ 20 entre le mode principal et les autres.

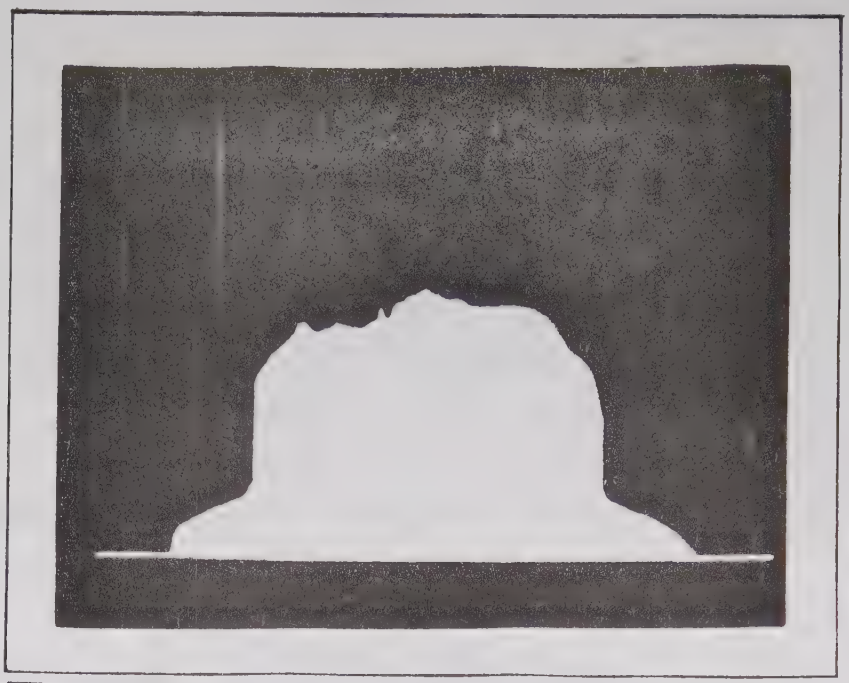


Figure 72.a
Courbe de gain sans champ magnétique

B=0

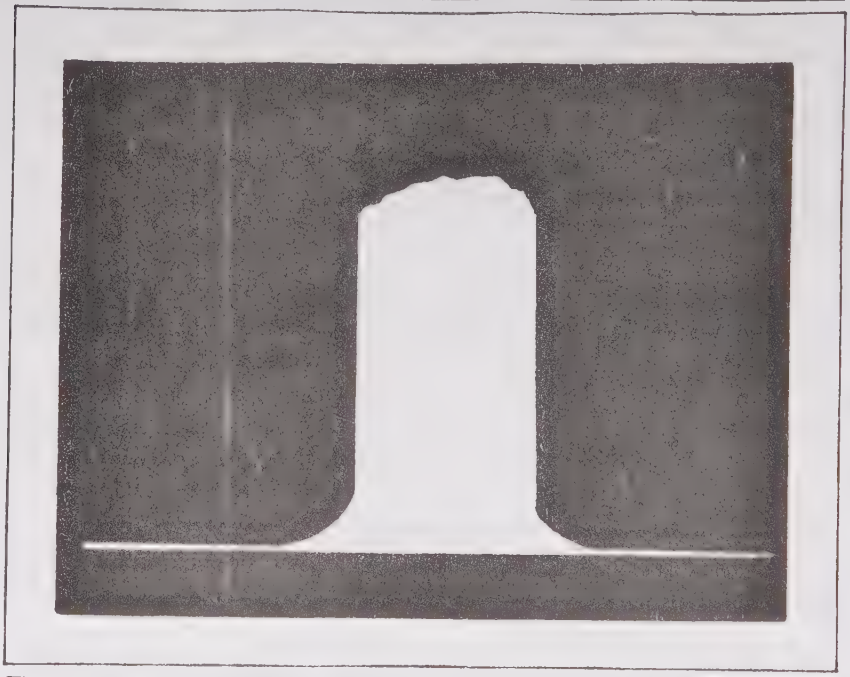


Figure 72.b
Courbe de gain avec champ critique

$B=B_C$

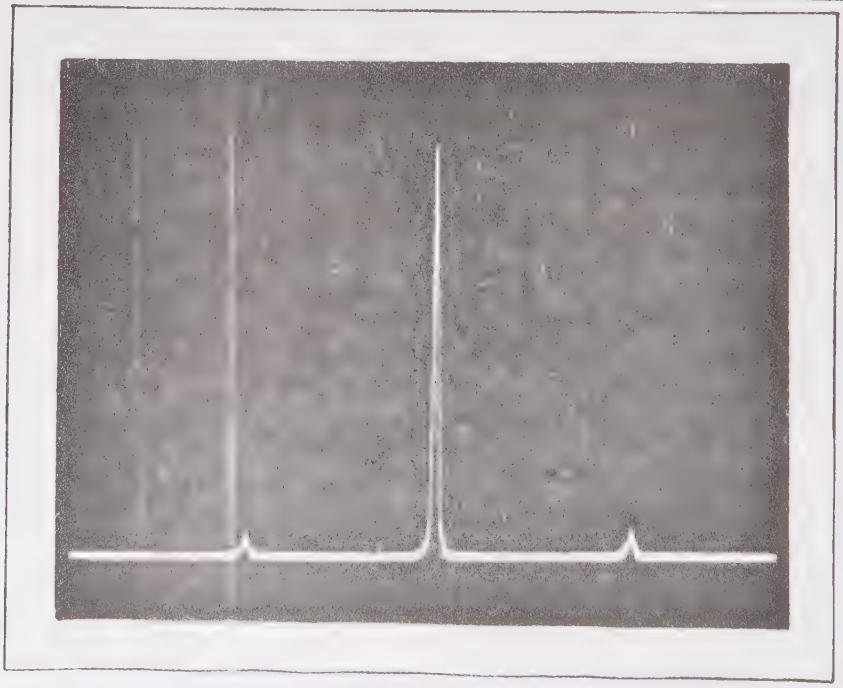
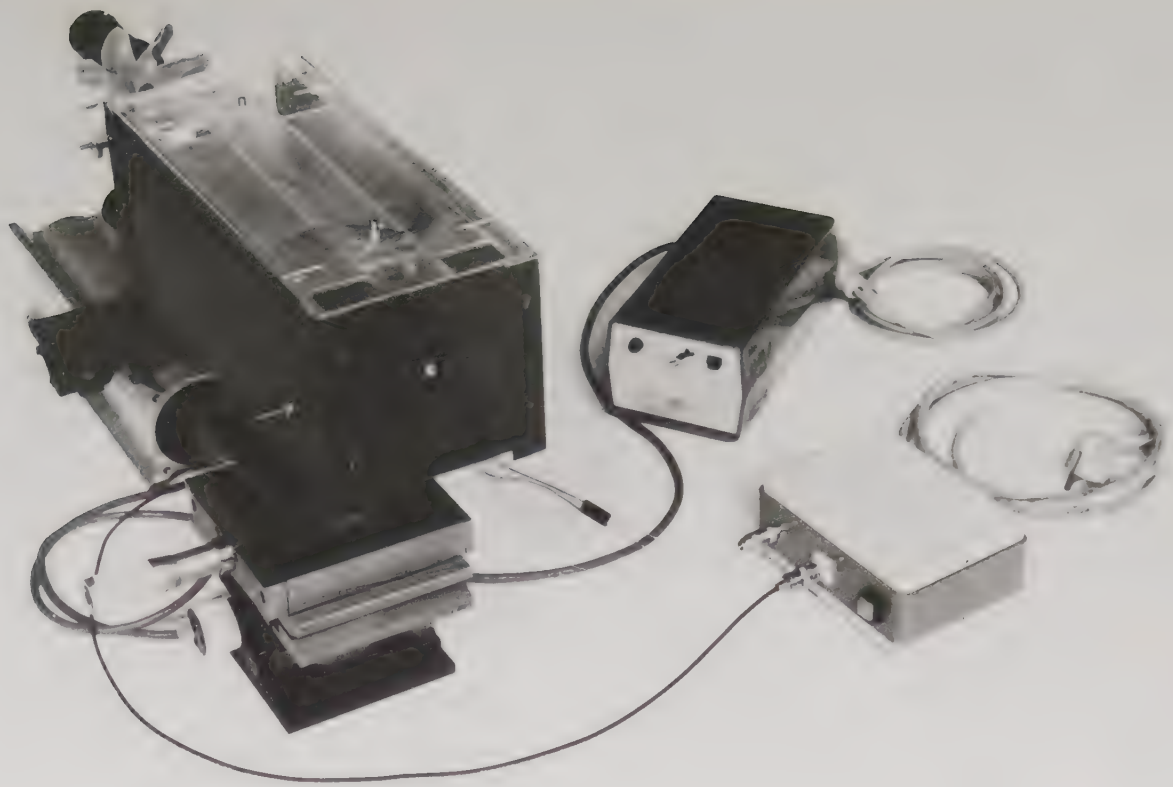
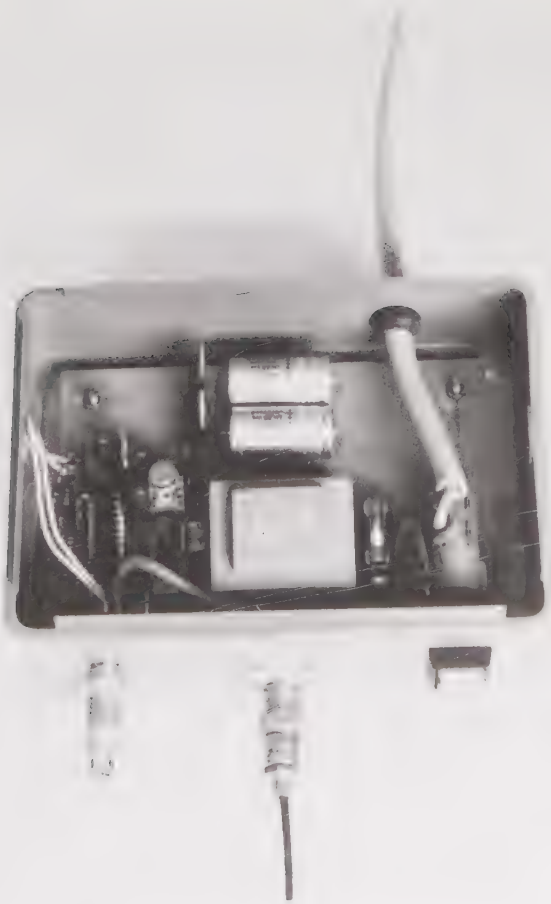


Figure 73 : Mode principal avec deux petits modes adjacents.



Photographie 1 : Le laser bifréquence



Photographie 2 : L'électronique d'asservissement

III.3.6. - Asservissement - Electronique

L'asservissement en température est réalisé à partir de la sortie arrière du tube laser. Un analyseur suivi d'une photo-diode permet de mesurer le battement entre les deux polarisations. La mesure est ensuite traitée par l'asservissement électronique proprement dit (figure 74). Après amplification (HA2655) le signal est traité par une boucle à verrouillage de phase (Phase Loked Loop : P.L.L.). Ce P.L.L. est utilisé de la façon suivante : il délivre un signal proportionnel à la fréquence du battement. Le circuit intégré n° 6 (1/2 HA2655) permet de régler le point zéro de l'asservissement en jouant sur la tension appliquée sur l'entrée ⊕, à l'aide du potentiomètre de 100 kΩ. Il est également possible de régler le gain de la boucle de contre-réaction en jouant sur le potentiomètre de 10 kΩ placé entre l'entrée ⊖ et la sortie du même circuit intégré.

L'asservissement se termine par un ventilateur ayant pour but de refroidir le tube en fonction du signal de contre-réaction délivré par l'électronique d'asservissement. La longueur de la cavité est ainsi asservie sur la fréquence de battement.

La figure 75 représente l'évolution de cette fréquence en fonction du temps lorsque l'asservissement n'est pas en service puis lorsqu'il l'est.

Lorsque la cavité est libre de se dilater avec la température, la fréquence de battement varie entre 48 et 175 kHz, lorsque l'asservissement en température fonctionne, cette plage est réduite à ± 1,5 kHz autour de 124,5 kHz.

Nous avons préféré contrôler thermiquement le tube à l'aide d'un refroidissement par ventilateur plutôt que par chauffage à l'aide d'un fil chauffant enroulé autour du tube, pour ne pas élever trop la température de celui-ci. Ce choix ayant principalement pour but de ne pas diminuer la durée de vie du tube laser par un chauffage excessif.

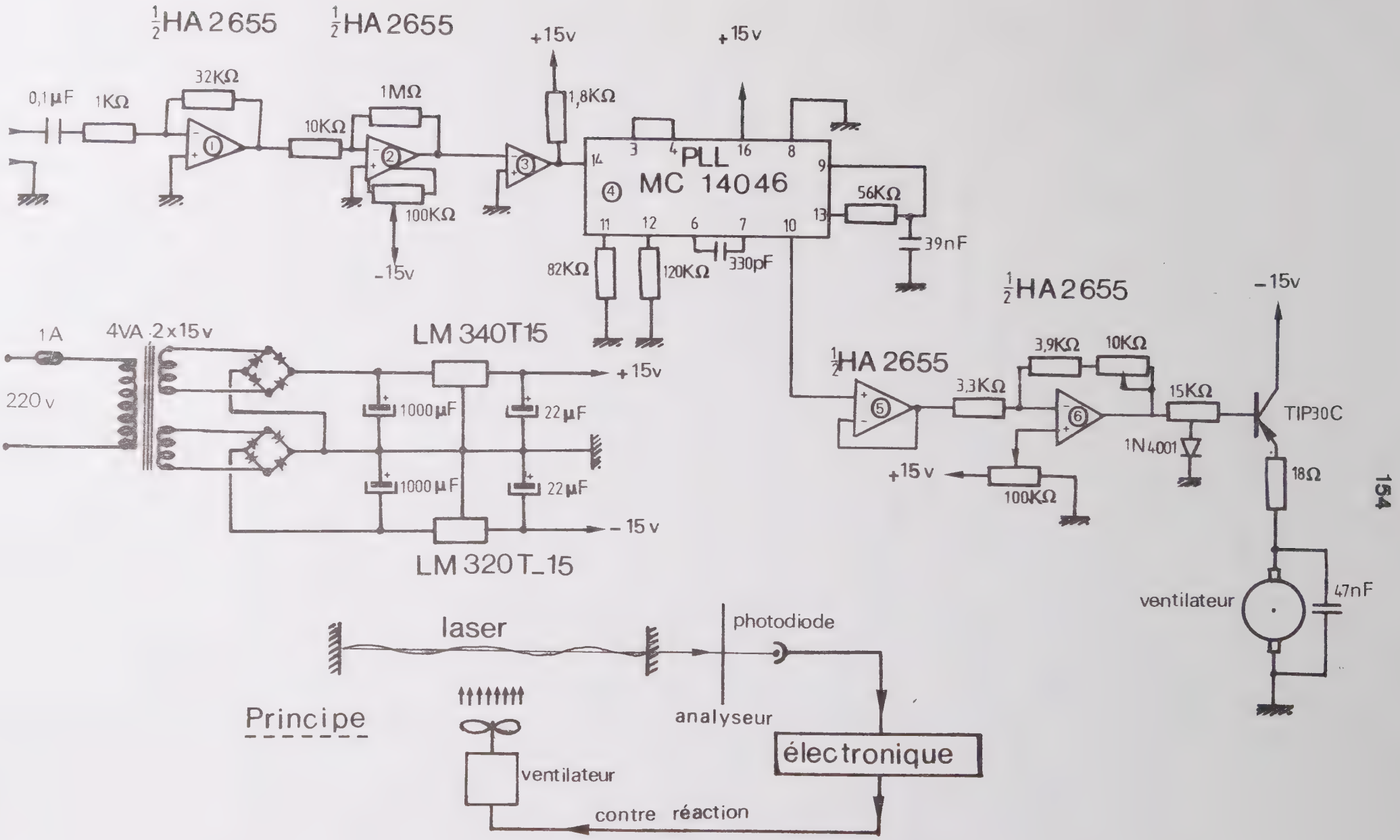


Figure 74 : Asservissement électronique.

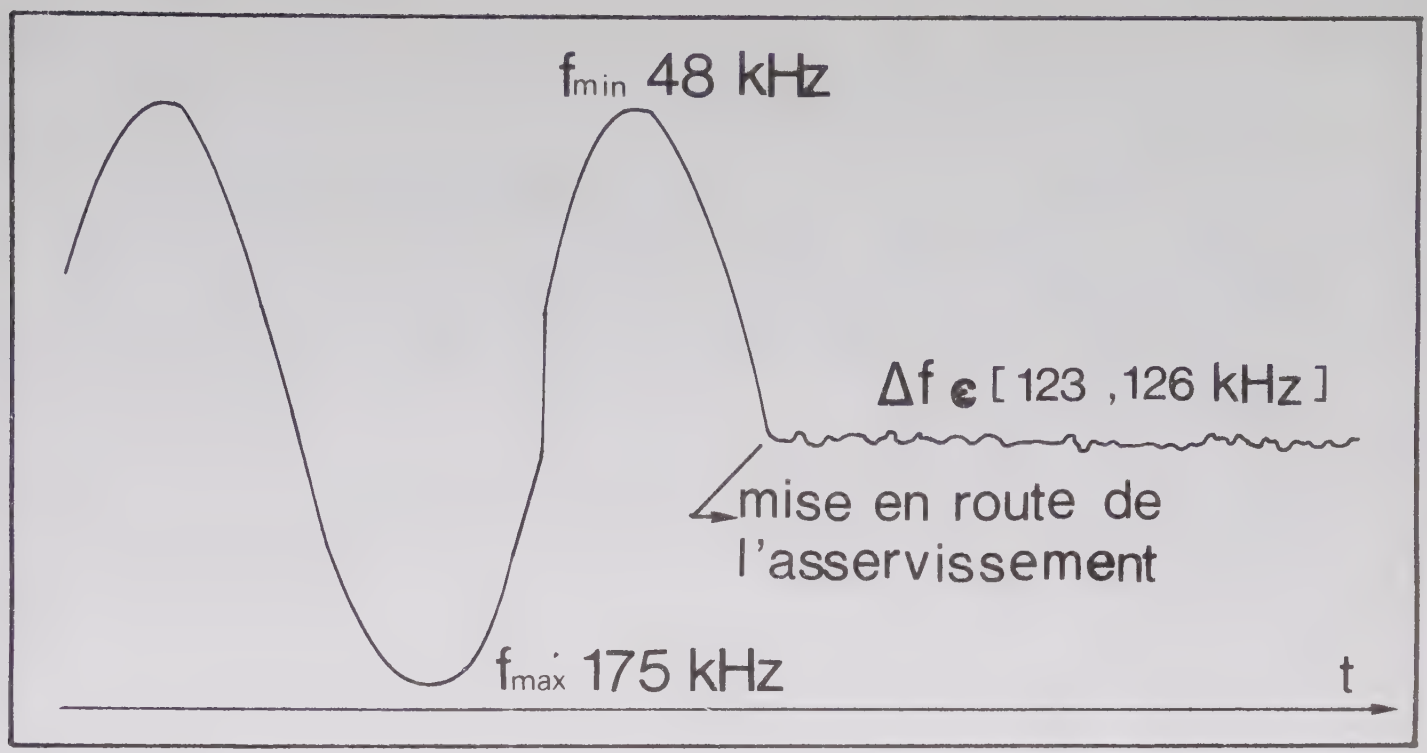


Figure 75 : Evolution de la fréquence de battement sans puis avec l'asservissement.

Un relevé des puissances de chacune des deux polarisations nous a permis de vérifier ce que prévoyait la théorie : l'intensité émise suivant la polarisation π présente un maximum qui se situe pour notre laser à environ 6 % au-dessus de celle émise suivant σ. La figure 76 représente l'intensité des deux polarisations obtenues à l'aide d'un analyseur tournant et d'une photodiode placés à la sortie du laser.

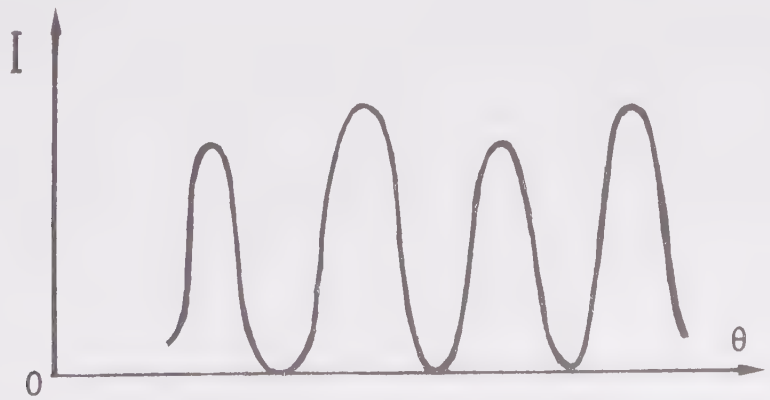


Figure 76 : Intensité du laser recueillie après un analyseur tournant.

Remarque :

Un asservissement en température possède de par sa nature une constante de temps de contre-réaction relativement grande. Il n'est donc pas possible de réagir très rapidement aux variations du tube. Pour pallier ceci, il serait bon de coupler au ventilateur un asservissement plus rapide (courte constante de temps).

Cet asservissement pourrait être réalisé au moyen de cristaux piézo-électriques placés sur le tube, ceux-ci auraient l'avantage de répondre très rapidement à l'asservissement.

III.3.7 - Caractéristiques de la source réalisée

Le laser obtenu possède les caractéristiques suivantes :

- il est monomode,
- il émet deux ondes polarisées linéairement et orthogonales,
- les ondes sont séparées d'environ 125 kHz en fréquence,
- la stabilisation du battement est assurée à ± 1,5 kHz.

Ce laser remplit donc bien notre cahier des charges (cf. chapitre I).

III.4 - ISOLATEUR DE FARADAY POUR DEUX POLARISATIONS

III.4.1 - Nécessité de l'isolateur

La vibration émergeant de la fibre possède un état de polarisation pratiquement circulaire : $e \simeq 0,9$ (cf. chapitre II). La moitié de la puissance sortant des deux extrémités de la fibre est orientée vers la photo-diode de mesure par le cube séparateur.

L'interféromètre étant correctement réglée, l'autre moitié est transmise par le cube vers le laser. Cette puissance réinjectée dans le tube perturbe grandement son fonctionnement et rend impossible toute stabilisation (N. BROWN, 1981). Il est donc nécessaire d'isoler le laser des retours de l'interféromètre. Pour cela, il convient de réaliser un isolateur optique (figure 77).

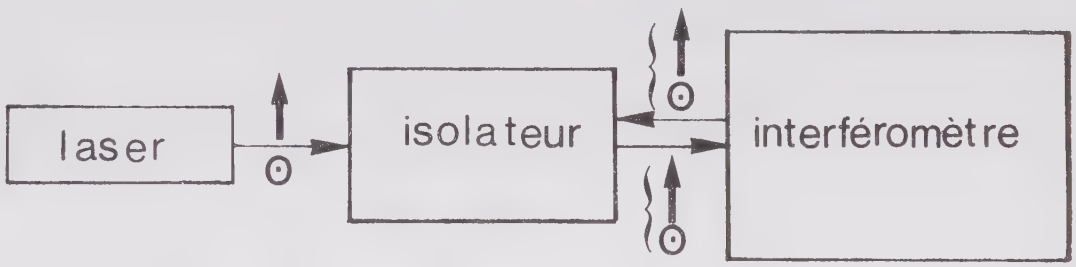


Figure 77 : L'isolateur optique empêche tout retour vers le laser.

Les ondes émises par le laser Zeeman ainsi que celles sortant de l'interféromètre sont composées de deux polarisations linéaires orthogonales. Il convient donc d'isoler simultanément ces deux polarisations. Cette isolation des polarisations doit obligatoirement être faite de façon non réciproque donc à l'aide de rotateurs de Faraday.

III.4.2 - Principe de l'isolateur

La figure 78 représente le principe de l'isolateur, celui-ci est en fait constitué de deux isolateurs élémentaires I_1 et I_2 opérant chacun sur une des polarisations ↑ ou ⊙.

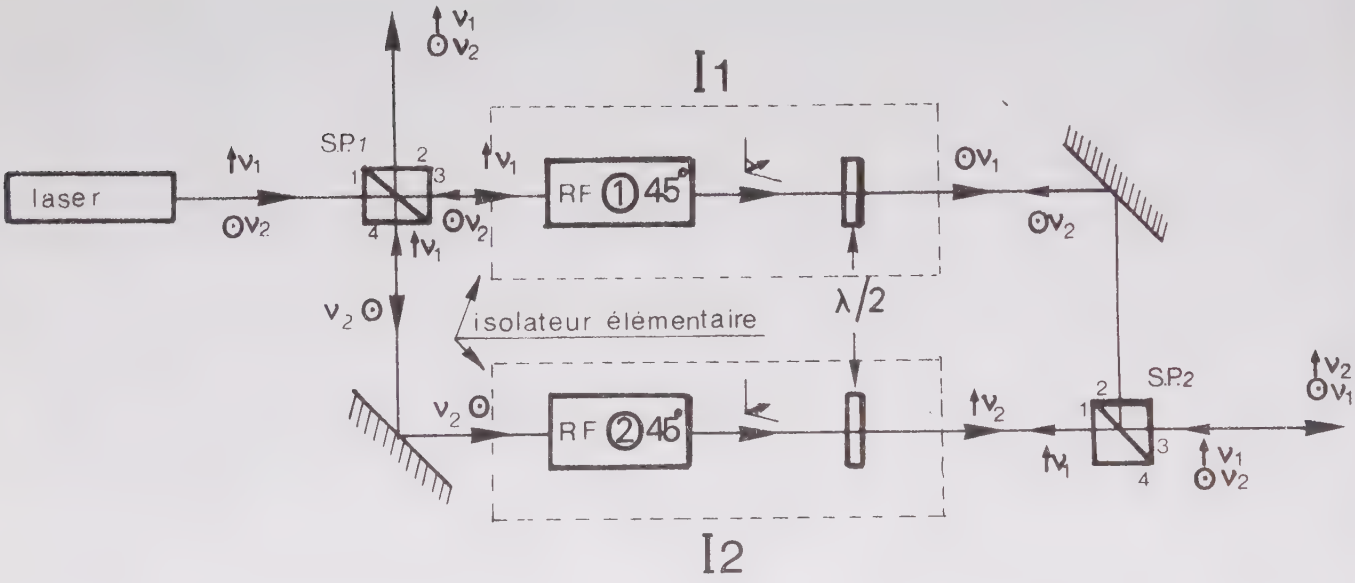


Figure 78 : Schéma de principe de l'isolateur bi-polarisations.

Un isolateur élémentaire (entouré en pointillé sur la figure 78) agit de la façon suivante : il tourne de $\pi/2$ une polarisation allant de la gauche vers la droite et laisse inchangée une polarisation se dirigeant en sens opposé. Cet isolateur élémentaire est en fait constitué d'un rotateur de Faraday ($-\pi/4$ pour l'aller et $+\pi/4$ pour le retour) et d'une lame demi-onde orientée à $-\pi/8$ de la polarisation sortant du rotateur. Cette lame demi-onde fait donc tourner également de $-\pi/4$ la polarisation incidente.

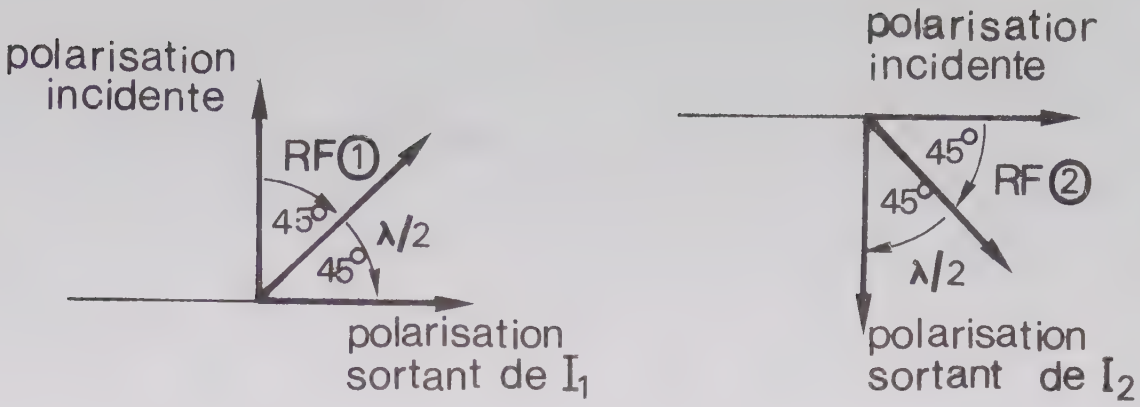


Figure 79 : Action des isolateurs élémentaires I_1 et I_2 sur les faisceaux issus du laser.

La figure 79 représente l'action des deux isolateurs élémentaires I_1 et I_2 sur les faisceaux issus du laser. La figure 80 représente leur action sur les faisceaux de sortie de l'interféromètre. Le trajet étant inversé, l'effet des rotateurs l'est egalement, ce n'est pas le cas pour l'effet des lames demi-ondes qui agissent identiquement à l'aller et au retour.

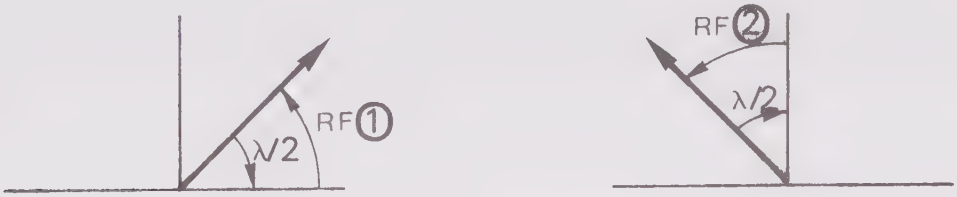


Figure 80 : Action des isolateurs I_1 et I_2 sur les faisceaux sortant de l'interféromètre.

Sur le schéma de principe de l'isolateur figurent deux cubes séparateurs de polarisation. Le rôle du premier SP1 est à l'aller, d'aiguiller les deux polarisations ↑ et ⊙ vers l'un des deux isolateurs élémentaires I_1 et I_2 respectivement. Au retour son rôle est de rendre colinéaires les deux faisceaux provenant des isolateurs élémentaires, les polarisations des deux faisceaux sont alors orientées de telle manière que ceux-ci sortent du cube SP1 par sa face 2 sans retourner vers le laser. Le rôle du cube SP2 est symétrique de celui de SP1 : rendre colinéaires les faisceaux incidents puis les diriger vers l'interféromètre et aiguiller convenablement les polarisations retours.

III.4.3 - Les rotateurs de Faraday

La rotation de polarisation d'un angle de 45° réalisée par chacun de ces deux rotateurs repose sur le même effet physique que celui qui fait tourner le plan de polarisation dans la fibre en fonction du champ magnétique induit par la ligne de courant : l'effet Faraday.

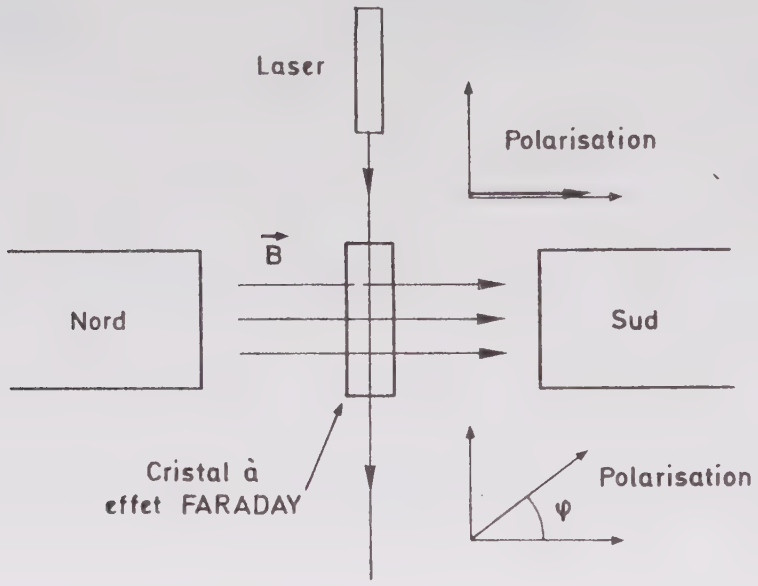


Figure 81 : Principe d'un rotateur de Faraday.

Ces rotateurs sont composés chacun d'un cristal à forte constante de Verdet (paramètre de l'effet Faraday), de type Hoya FR-5 plongé dans un champ magnétique (figure 81).

Le verre FR-5 récemment développé par la firme japonaise Hoya Glass Works présente une constante de Verdet de -0,25 min d'arc par Gs et par centimètre de verre. Pour induire une rotation de 45° avec ce verre nous devons créer un "champ B × longueur" de : 45 × 60/(-0,25) ≃ 11000 Gb (1 Gb = 1 Gilbert = 1 Gs × 1 cm). Il convient de chercher le juste compromis entre la longueur du barreau et le champ magnétique à produire.

Le prix extrêmement élevé des barreaux nous oblige à retenir une petite longueur, quelques centimètres tout au plus. Le champ magnétique devant être homogène dans le barreau et ajustable pour permettre le réglage de la rotation (45°), nous devons nous orienter vers un électro-aimant. L'ordre de grandeur du champ magnétique réalisable avec un électro-aimant de moyenne dimension est de 1 000 Gs. La longueur du barreau doit être 11 cm. Cette longueur nous conduit à un entrefer de l'électro-aimant de 11 cm ! Ce qui est irréalisable. Ne pouvant obtenir un champ magnétique homogène sur cette longueur, nous avons dû "repenser" nos rotateurs de la façon suivante : afin d'augmenter considérablement le parcours de la lumière dans le barreau et donc la rotation de la polarisation, nous réalisons plusieurs réflexions entre les deux faces opposées (S. UMEGAKI and H. INOUE, 1981) (figure 82).

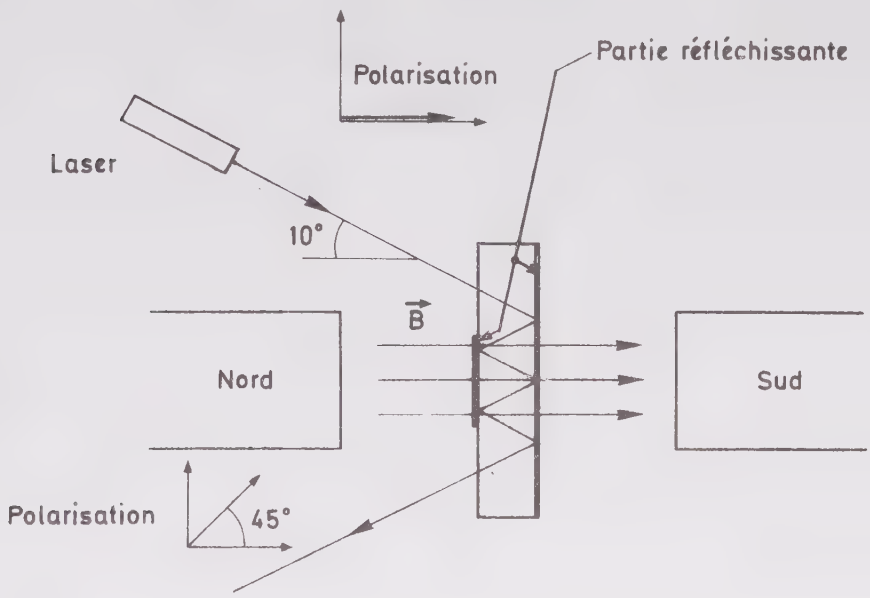


Figure 82 : Rotateurs de Faraday.

Nous pouvons ainsi avec une incidence d'une dizaine de degrés (par rapport à la normale à la surface d'entrée) obtenir un parcours d'une douzaine de centimètres pour une longueur effective L du barreau d'environ 1 centimètre. Nous utilisons une fois de plus la propriété de non-réciprocité de l'effet Faraday : les réflexions successives de sens alternés ajoutent leurs contributions pour produire la rotation de 45° du plan de polarisation.

Une dizaine de réflexions seront nécessaires à l'intérieur de celui-ci. Remarquons que pour calculer le parcours efficace dans le barreau, il faut tenir compte de la projection de chaque réflexion le long du champ magnétique, donc de l'angle d'incidence du faisceau incident et de l'indice de réfraction du barreau ($n_{barreau} \simeq 1{,}686$), (figure 83).

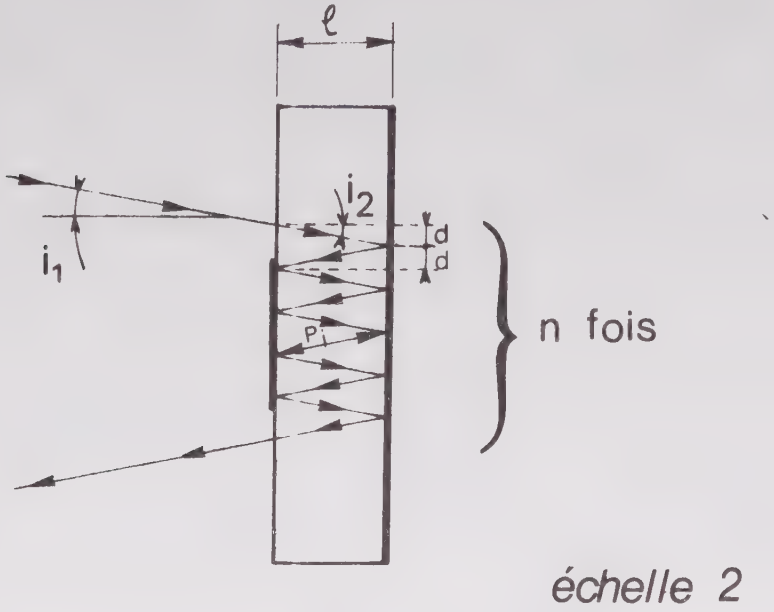


Figure 83 : Multiples réflexions dans le barreau.

Si p_i est le $i^{ème}$ parcours entre deux faces opposées, le parcours total vaut $\Sigma p_i = n\, p_1$, avec n un nombre impair. Soit P_{eff} le parcours tenant compte de la projection suivant le champ magnétique :

$$P_{eff} = n\, p_i \cos i_2$$

avec :

$$\sin i_2 = (n_{air}/n_{barreau}) \sin i_1 = (1/1{,}686) \sin i_1$$

Si l'on calcule $n\, p_1$ en fonction de i_2 on obtient $L/\sin i_2$.

Ainsi :

$$P_{eff} = L \cos i_2 / \sin i_2 = L[(1{,}686/\sin i_1)^2 - 1]^{1/2}$$

La rotation θ induite par le rotateur vaut donc :

$$\theta \simeq \frac{-0,24}{60} \times 10^3 \times L \times \sqrt{\left(\frac{1,686}{\sin i_1}\right)^2 - 1} \qquad (19)$$

Nous voyons grâce à cette formule définissant θ que l'épaisseur du barreau n'intervient pas, seuls comptent la longueur L et l'angle d'incidence.

Pour $\theta = 45°$, si l'on choisit L = 1 cm, il faut inverser l'expression 19 pour obtenir l'incidence i_1. Tous calculs faits, nous trouvons $i_1 \simeq 9°$. La section droite du faisceau issue du laser possède une dimension finie d'environ 3 mm, en toute rigueur nous devrions en tenir compte dans le calcul Pour éviter ceci, il suffit de pouvoir ajuster l'angle d'incidence et le champ magnétique. Ces deux réglages suffisent à obtenir 45° de rotation à un demi-degré près.

Pour un champ de 1000 Gs, le parcours efficace doit être de 11 cm. La courbe 84 permet de connaître la longueur parcourue en fonction de l'angle d'incidence.

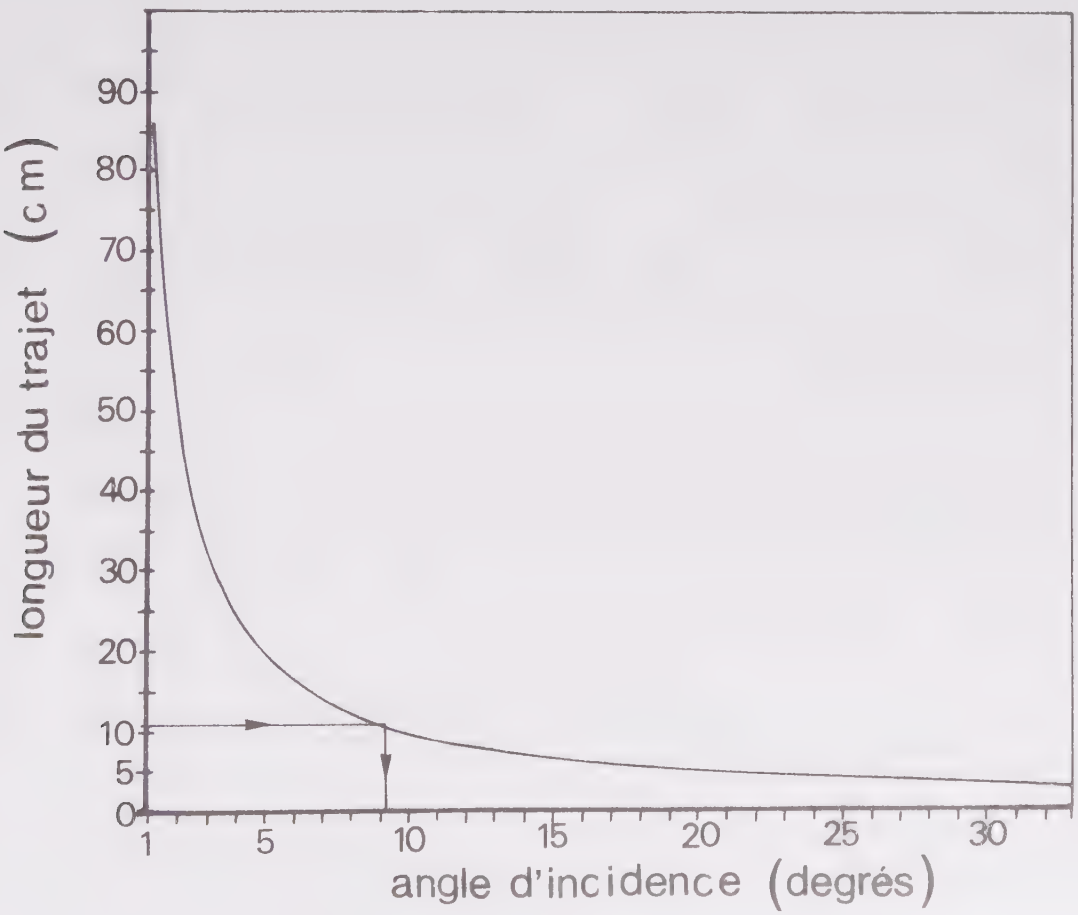


Figure 84 : Longueur du trajet efficace en fonction de l'incidence du faisceau.

III.4.4 - Réalisation des rotateurs

La figure 85 représente les parties des barreaux traitées pour une réflexion totale (R_{max}). Les faces d'entrée et de sortie sont simplement polies.

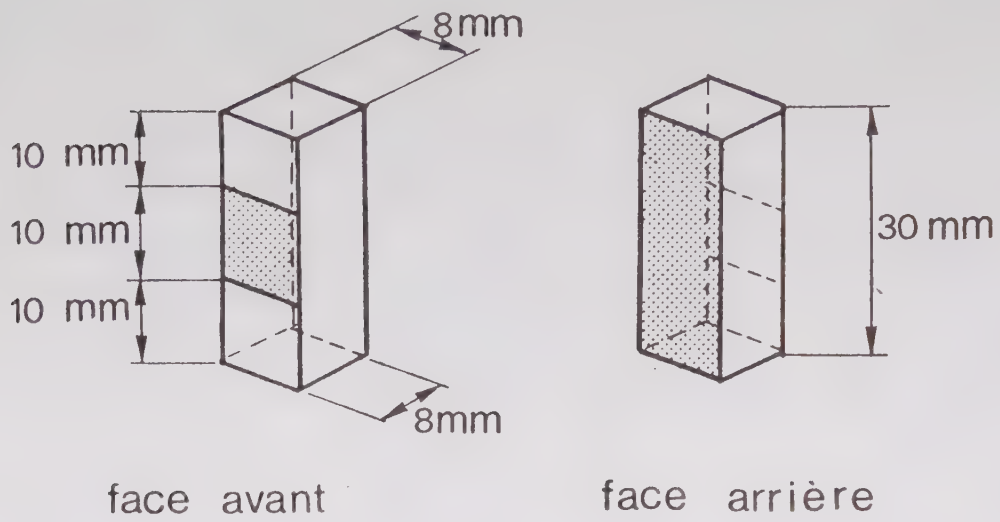


Figure 84 : Traitement réfléchissant des barreaux.

Les barreaux ainsi traités sont chacun placés dans l'entrefer d'un électro-aimant. Chaque électro-aimant possède une pièce polaire percée de trous permettant le passage des rayons lumineux incidents et émergeants.

Ces trous ont une forme conique afin de permettre le réglage de l'incidence du faisceau. La figure 86 représente un électro-aimant avec le verre FR-5 placé dans l'entrefer.

Le réglage du champ magnétique dans le barreau est effectué en modifiant le courant traversant la bobine. Chacun des électro-aimants est branché sur une alimentation stabilisée à courant constant à mieux que 8.10^{-3}. Le courant parcourant la bobine est ajustable grâce à un potentiomètre 10 tours.

Les caractéristiques champ magnétique en fonction du courant (figure 87) présentent un phénomène d'hystérisis, le réglage du champ doit donc être effectué avec précautions.

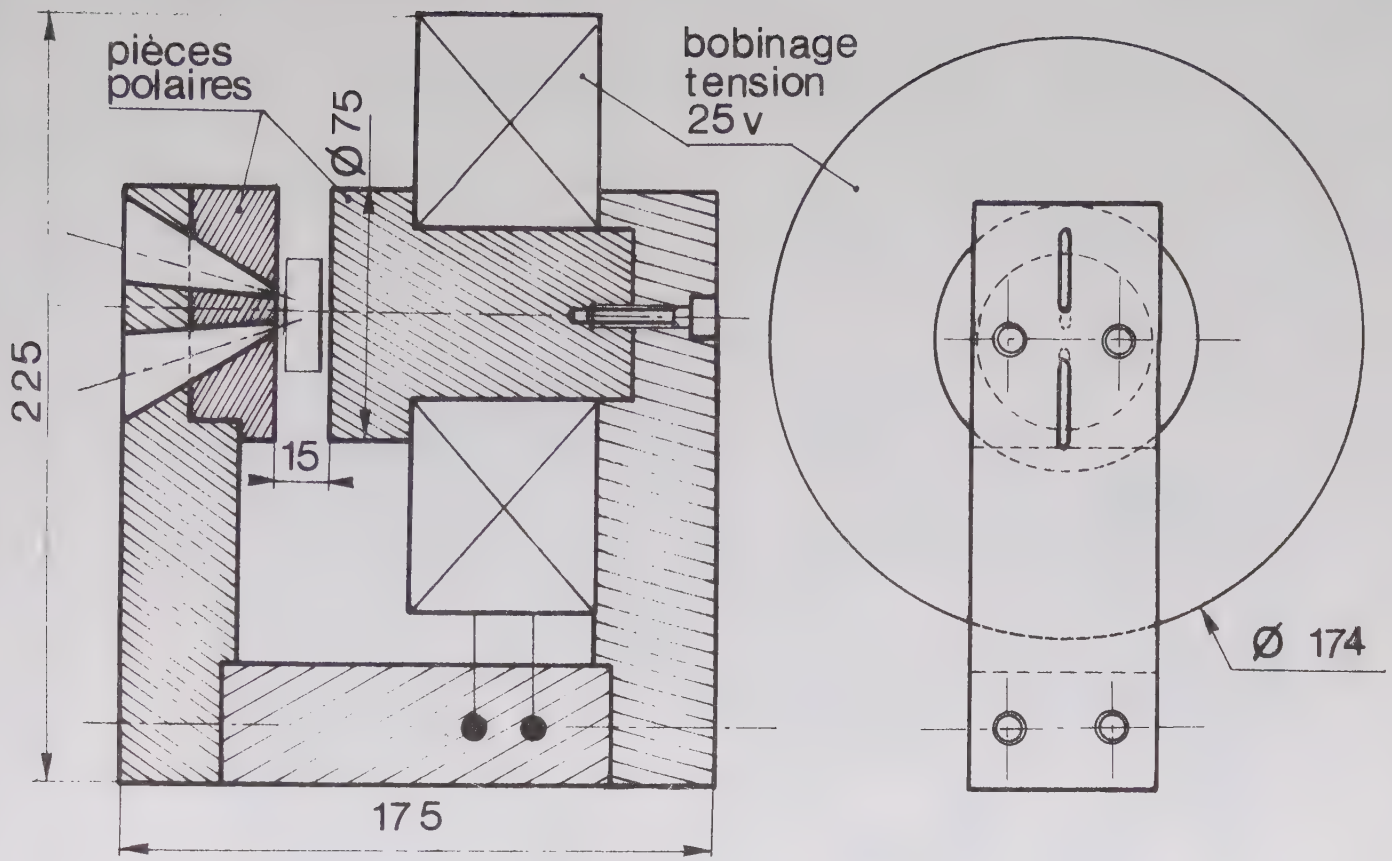


Figure 86 : Un électro-aimant et son barreau de verre Hoya.

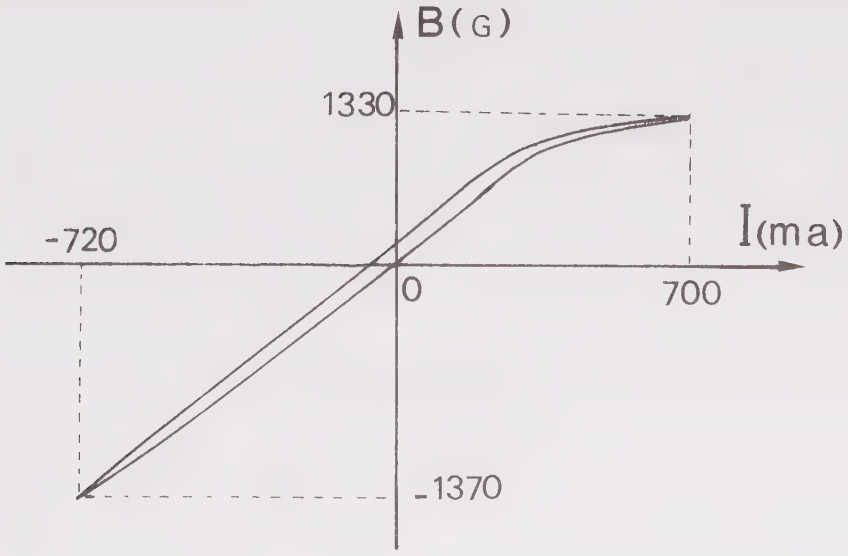


Figure 87 : Hystérésis du champ magnétique.

III.4.5 - Configuration pratique de l'isolateur

La figure 88 schématise la configuration de l'isolateur tel qu'il est monté dans notre ampéremètre.

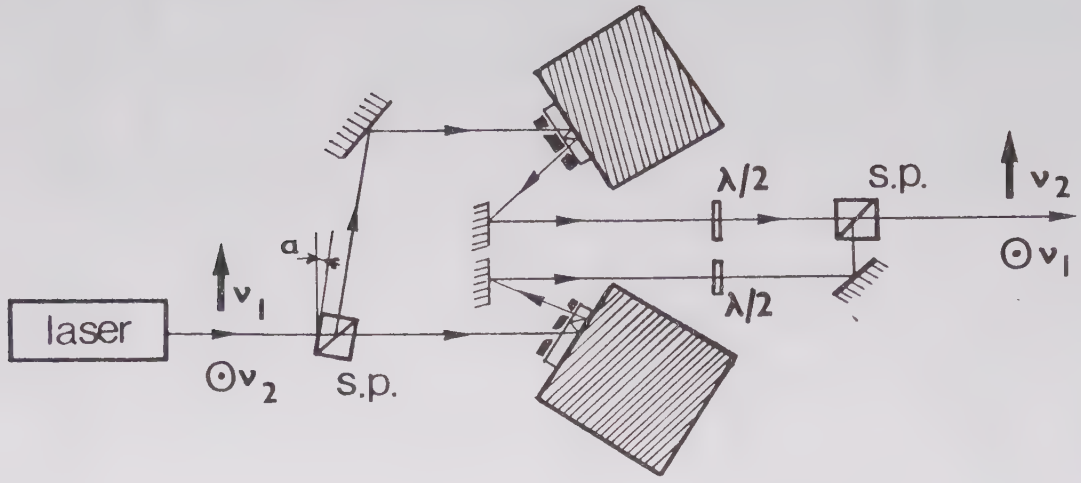
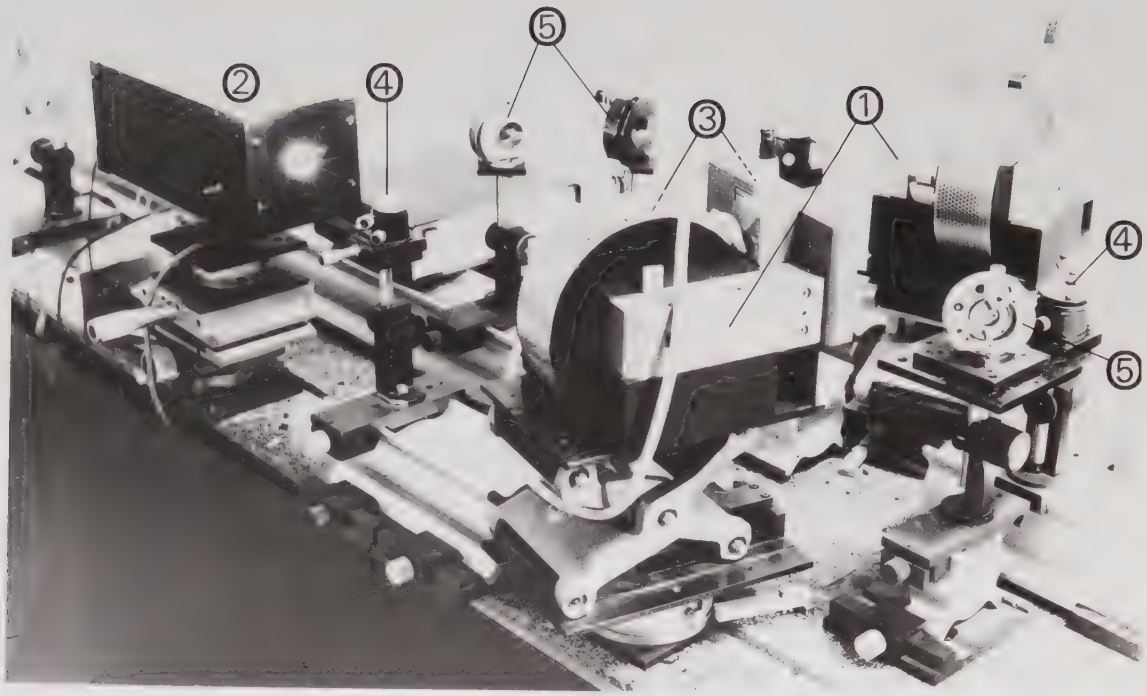


Figure 88 : L'isolateur de Faraday.

La photographie 3 représente l'isolateur complet avec sur le côté laser bifréquence. Nous pouvons remarquer sur la figure 87 que le cube séparateur de polarisation à la sortie du laser est légèrement tourné angulairement par rapport à l'axe du laser, ceci pour deux raisons. Les couches diélectriques qui séparent les deux demi-cubes ne sont pas parfaites, ce qui implique un renvoi de quelques % de la polarisation transmissible sur l'autre voie, le fait d'orienter le cube "rattrape" l'angle de Brewster et permet une meilleure séparation des polarisations. L'orientation du cube permet en plus d'éviter que les réflexions du faisceau incident sur sa face d'entrée ne retournent perturber le fonctionnement du laser.

III.4.6 - Fonctionnement de l'isolateur

Les essais réalisés pour vérifier l'efficacité de l'isolateur sont parfaitement concluants. Nous avons placé un miroir après l'isolateur et ainsi réinjecté intégralement les deux polarisations. Celles-ci sont immédiatement orientées et sortent de l'isolateur par la face n° 2 du cube séparateur proche du laser. Un contrôle permanent du battement entre les deux modes du laser permet de vérifier l'efficacité du montage.



Photographie 3 : Vue de l'isolateur de Faraday

① rotateurs de Faraday (45°)

② laser bifréquence

③ lames demi-onde

④ cube séparateur de polarisation

⑤ miroirs de renvoi

Un dix-millième de la puissance émise par le laser suffit lorsqu'elle est réinjectée dans le tube, à perturber son fonctionnement.

En réinjectant toute la lumière incidente vers l'isolateur nous n'avons pas perturbé le fonctionnement du laser, notre montage isole donc à mieux que 10^{-4}. Notons que la lumière issue de la fibre est environ dix fois plus faible qu'à l'entrée de la boucle interférométrique, elle ne perturbe donc absolument pas le laser.

REFERENCE DU CHAPITRE III

T. BAER - F.V. KOWALSKI and J.L. HALL
"Frequency Stabilization of a 0,6328 µm He-Ne Longitudinal Zeeman Laser".
App. Opt. Vol 19 n° 8, 3173-3177 (1980).

N. BROWN
"Frequency stabilized lasers : Optical feedback effects".
App. Opt. Vol. 20 n° 21, 3711-3713 (1981).

P. FERDINAND - J.L LESNE - C. CAHEN et B. DESSUS
"Les avantages de l'emploi de lasers bifréquence en métrologie optique".
Horizons de l'Optique I.N.P.G. GRENOBLE, 17-19 mars 1982.

J. FERGUSSON and R.H. MORRIS
"Single mode collapse in 6328 Å He-Ne Lasers".
App. Opt. Vol. 17 n° 18, 2924-2929 (1978).

M. ORSZAG et G. HEPNER
"Les lasers et leurs applications".
Edition MASSON (1980).

D.C. O'SHEA - W.R. CALLEN et W.T. RHODES
"Introduction aux lasers et à leurs applications".
Edition EYROLLES (1980).

H. TAKASAKI - N. UMEDA and M. TSUKIJI
"Stabilized Transverse Zeeman Laser as a new light source for optical measurement".
App. Opt. Vol. 19 n° 3, 435-441 (1980).

C.J. TIMMERMANS - P.H.J. SCHELLEKENS and D.C. SCHRAM
"A phase quadrature feedback interferometer using a two-mode He-Ne laser".
J. Phys. E. Sc. Inst. Vol 11, 1023-1026 (1978).

N. UMEDA - M. TSUKIJI and H. TAKASAKI
"Stabilized He-Ne transverse Zeeman Laser".
App. Opt. Vol. 19 n° 3, 442-450 (1980).

S. UMEGAKI and H. INOUE
"Optical bistability using a magneto-optic modulation".
App. Phys. Lett 38(10), 752-754 (1981).

Y. OHTSUKA and K. ITOH
"Two frequency laser interferometer foc small displacement measurement in a low frequency range".
App. Opt. Vol. 18 n° 2, 219-224 (1979).

CHAPITRE QUATRIEME

MESURES DE COURANTS - AMELIORATIONS

SOMMAIRE

IV.1 - MESURES DE COURANTS

IV.1.1 - Description de l'appareillage

IV.1.2 - Résultats obtenus

IV.2 - AMELIORATIONS FUTURES

IV.2.1 - Nécessité d'améliorer le capteur

IV.2.2 - Etape optique discrète compacte

IV.2.3 - Etape optique intégrée

REFERENCES

IV.1 - MESURES DE COURANTS

IV.1.1 - Description de l'appareillage

a/ La ligne de transport :

La ligne porteuse du courant à mesurer est remplacée dans notre expérience par "69 fils" de cuivre mis côtes-à-côtes parcourus chacun par un courant continu pouvant atteindre ~ 32,5 A. Ces "69 fils" sont en fait un seul conducteur enroulé 69 fois sur lui-même (figure 89).

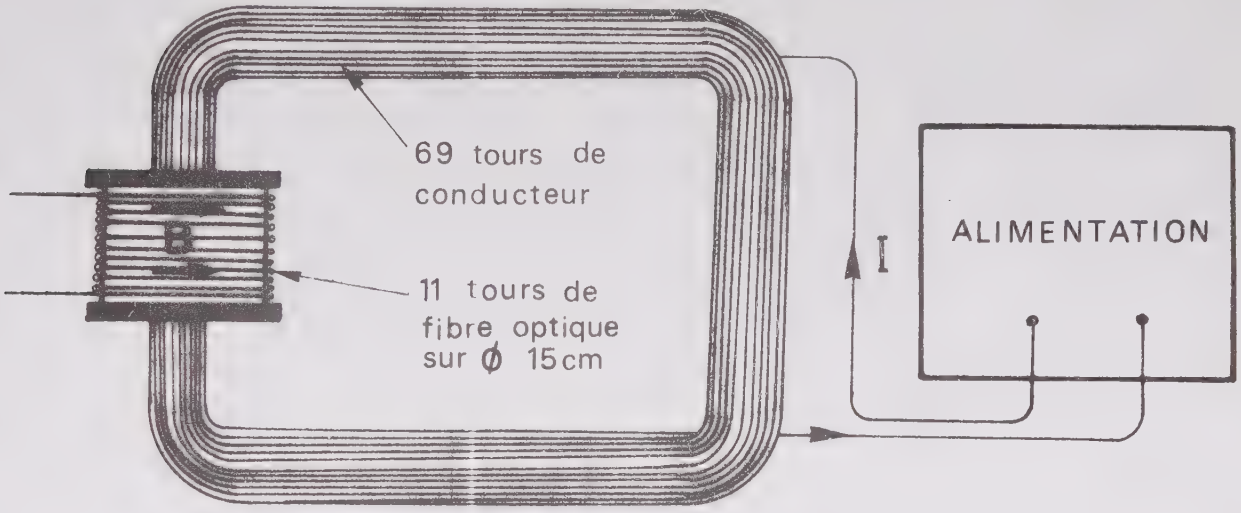


Figure 89 : Réalisation d'un fort courant.

Les champs magnétiques élémentaires créés par chacun des fils s'ajoutent, le champ magnétique résultant est équivalent à celui produit par une ligne parcourue par un courant de 2260 Ampères. Le rayon du touret supportant la fibre est de 15 cm ; le champ magnétique créé par ce courant est environ :

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi R} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 2260}{2\pi \times 0,15} \simeq 3.10^{-3} T = 30 \text{ Gs}$$

L'alimentation stabilisée du type SODILEC délivre un courant maximum de 32,5 A sous environ 30 V.

b/ Mesure du courant délivré par l'alimentation :

La mesure du courant délivré par l'alimentation est réalisée au moyen d'un shunt de précision et d'un voltmètre 20 000 points. Le shunt comporte 4 calibres : 5, 10, 20 et 50 A ; sa classe est 0,05. La tension délivrée par le shunt est de 100 mV plein calibre.

Le courant équivalent produisant le champ magnétique dans la fibre est donc :

$$I^c = 69 \times \text{calibre shunt (A)} . \frac{\text{Lecture (mV)}}{100 \text{ (mV)}}$$

Le tableau 91 indique la gamme des courants mesurables pour chaque calibre du shunt.

Calibre (A)	5	10	20	50
V_{max} (mV)	100,0	100,0	100,0	65,50
I^c_{max} (A)	345	690	1380	2260
V_{min} (mV)	0,1	0,1	0,1	0,1
I^c_{min} (A)	0,345	0,690	1,38	3,45

Tableau 91 : Gamme des courants mesurables avec le shunt.

La précision de la mesure du courant effectuée grâce à l'association shunt + voltmètre est donnée par :

$$\Delta I' = \underbrace{\frac{\text{classe} \times \text{calibre}}{100}}_{\text{Erreur due au shunt}} + \underbrace{\frac{0,0001}{0,1} \times \text{calibre}}_{\text{Erreur due au voltmètre 20000 points}}$$

où I' est le courant parcourant le shunt.

$$\Delta I' = \left(\frac{0,05}{100} + 0,001 \right) \text{calibre}$$

$$\Delta I' = 1,5.10^{-3} \times \text{calibre}$$

Le minimum de courant total équivalent vaut 69 $\Delta I'$, c'est-à-dire 0,5 A sur la calibre 5 A du shunt.

c/ La mesure du déphasage :

Un phasemètre numérique de la marque EURELCO (type 5000) fournit la différence de phase des signaux de mesure et de référence.

Ce phasemètre permet d'effectuer des mesures de déphasages entre signaux sinusoïdaux dans la gamme de fréquence 0,2 Hz à 3 MHz. Sa sensibilité est de 3 mV et sa résolution : 0,1°. La constante d'intégration est réglable par bonds de 10 ns à 100 s.

Principes de fonctionnement du phasemètre

Les passages à zéro des signaux d'entrée déclenchent les changements d'état d'une bascule. Le signal de la voie "référence" commande le passage à 1, tandis que celui de la voie signal commande le passage à 0. Le rapport cyclique de l'impulsion ainsi obtenue est proportionnel au déphasage entre les deux signaux. Cette impulsion est ensuite calibrée en hauteur et ingégrée afin de fournir une tension proportionnelle au déphasage.

IV.1.2 - Résultats obtenus

La figure 90 représente le déphasage mesuré avec notre ampèremètre en fonction du courant électrique.

Chaque point de mesure est obtenu avec un temps d'intégration d'environ 10 secondes

Pour 2 000 A le déphasage est de 11,6 degrés de phase ; la constante de Verdet de notre fibre est donc :

$$V_e \simeq \Delta\phi\left(\frac{1}{2\,N\,I}\right) = \frac{11,6}{180} \times \pi \times \left(\frac{1}{2\times 11\times 2\,000}\right)$$

$$\simeq 4,6.10^{-6} \text{ rd/A à 633 nm.}$$

Cette valeur correspond tout à fait à la théorie (SMITH, 1978).

Avec le montage actuel, le bruit de phase est d'environ 1° quel que soit le courant dans le conducteur.

La sensibilité n'est donc pas très bonne, le courant minimum détectable est 200 A c'est à dire un ordre de grandeur au-dessus de la valeur escomptée au paragraphe I.2.7.

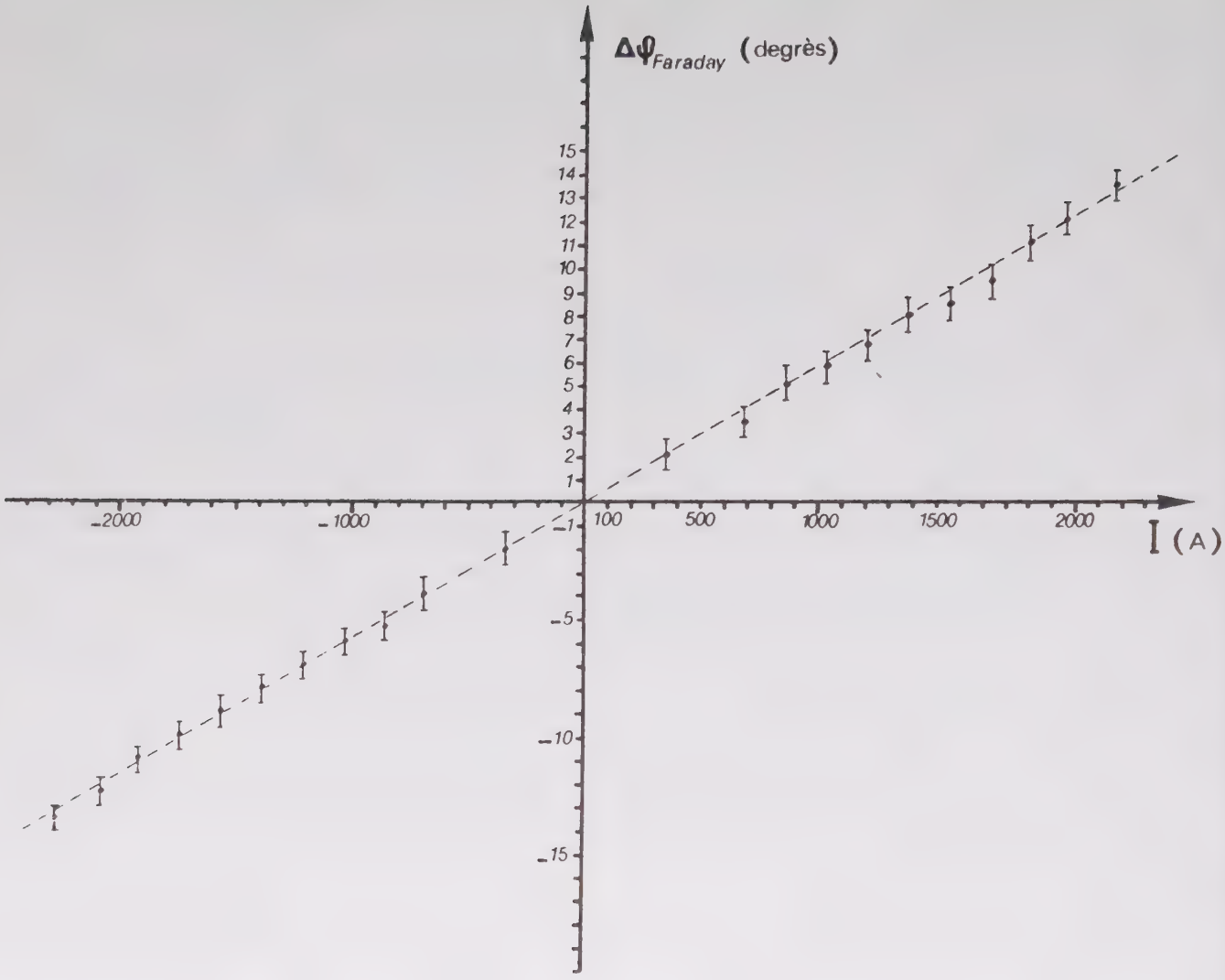


Figure 90 : Déphasage délivré par le phasemètre en fonction du courant.

Le déphasage maximum d'environ 13° est obtenu pour 2 260 A et 11 tours de fibre optique entourant le conducteur. La précision à pleine échelle est donc d'environ 8 %.

Un nombre de tours de fibre plus élevé (environ 300) permettra d'obtenir un déphasage de 360° avec le même courant. La précision à pleine échelle sera alors de $1/360 \simeq 3.10^{-3}$. Notons que la maquette réalisée permet la mesure sans ambiguïté ($\Delta\phi < 360°$) d'un courant continu valant jusqu'à 62 kA avec une précision de 3.10^{-3} à pleine échelle.

Causes du bruit de phase

Le bruit de phase relativement élevé (1°) est imputable, à priori, à plusieurs causes :

a) une mauvaise stabilité mécanique du montage,

b) les processus de diffusion dans la fibre,

c) les fluctuations de puissance et de directivité du laser,

d) les interférences dues aux réflexions parasites,

e) les vibrations acoustiques et thermiques.

Détaillons chacune de ces causes de bruit et essayons de leur trouver un remède :

a) Le montage tel qu'il est réalisé manque de stabilité :

Chaque composant est fixé sur un support indépendant à une hauteur d'environ 25 cm au-dessus du marbre. Les vibrations et les relaxations mécaniques sont amplifées par ces "bras de levier" de 25 cm. Les déplacements relatifs qui ont lieu entre les objectifs de microscope et les extrémités de la fibre se transforment en variations de la position de l'onde sur la face d'entrée de la fibre, modifiant ainsi l'efficacité du couplage, donc l'intensité du battement de mesure.

Le phasemètre n'étant pas parfait, il est sensible à ces variations.

Une très bonne rigidité mécanique de l'interféromètre est donc requise.

b) Les principaux processus de pertes par diffusion dans une fibre en silice sont les diffusions de Brillouin, Raman et Rayleigh.

Les diffusions de Brillouin et de Raman produisent des ondes dont la fréquence est différente de celle des ondes primaires, elles n'interfèrent donc pas avec ces dernières. La diffusion de Rayleigh (inhomogénéités dans la composition de la silice) par contre est prépondérante[*] (voir § I.2.5.1 - tableau 1), de plus, elle rayonne à la même fréquence que celle des ondes primaires.

Dans une fibre de courte longueur ($\sim$ 10 m), la diffusion et la rétro-diffusion de Rayleigh sont du même ordre de grandeur mais dans une fibre de grande longueur (> 100 m), la rétro-diffusion de Rayleigh est prédominante. La source laser He-Ne étant parfaitement cohérente temporellement, les différentes ondes rétrodiffusées interfèrent entre elles. H. Lefevre (1982) a montré que le bruit de phase produit par ces interférences peut être réduit en utilisant une source de faible cohérence temporelle[**] telle qu'une diode laser As-Ga. Dans ce cas, la partie des ondes cohérentes avec les ondes primaires provient du segment égal à la longueur de cohérence de la source ($\sim$ 1 mm) et située au milieu de la fibre. Les ondes provenant du reste de la fibre ont une différence de marche avec les ondes primaires supérieure à la longueur de cohérence de la source. Elles n'interfèrent donc pas et ne créent pas de bruit.

c) Les fluctuations de puissance et de directivité du laser produisent le même effet qu'une mauvaise stabilité mécanique, c'est à dire des fluctuations sur l'intensité des battements de référence et de mesure. Il importe donc d'utiliser un laser dont la puissance et la directivité sont le plus stable possible.

Un traitement électronique du signal sera certainement nécessaire pour corriger les fluctuations résiduelles.

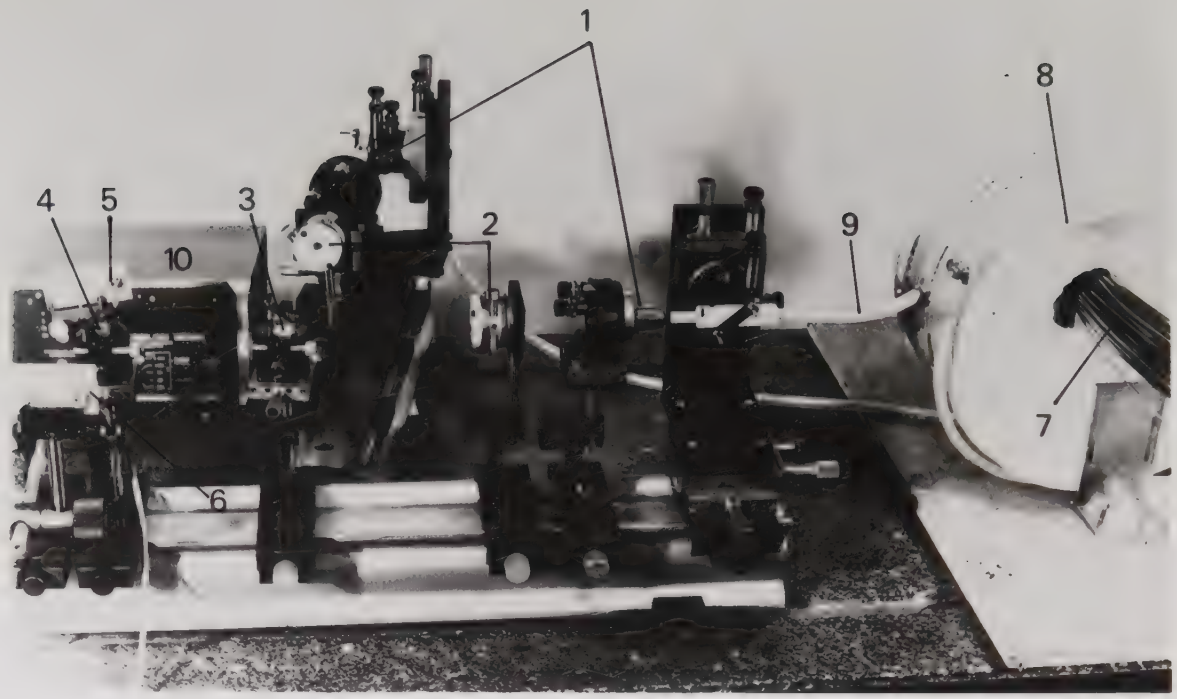
---

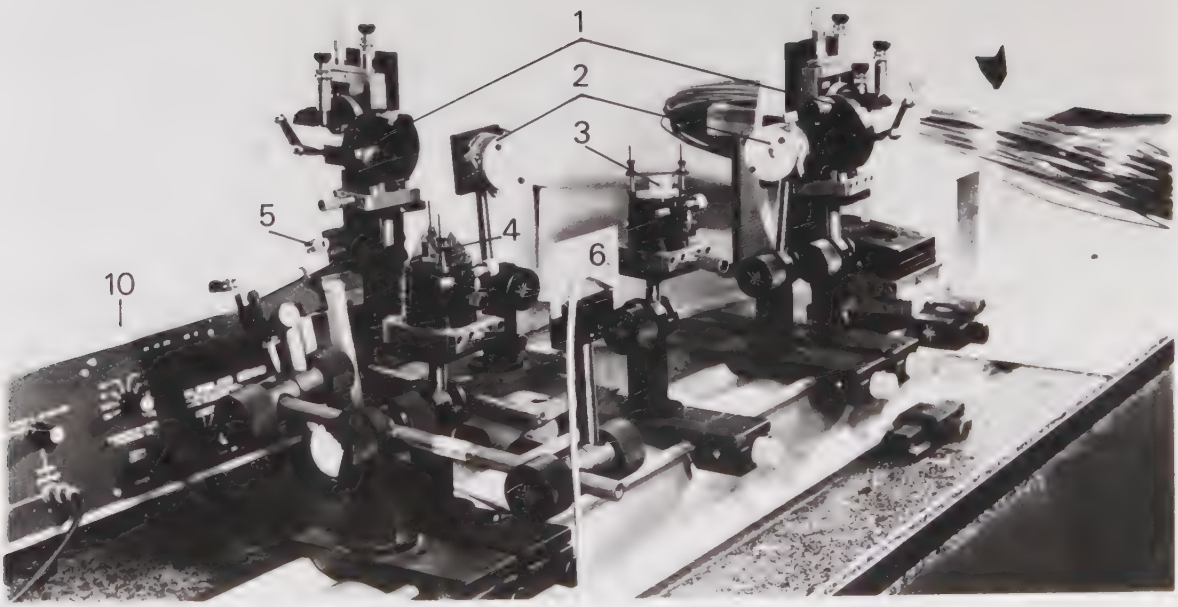
[*] La rétro-diffusion Rayleigh est à la base de la technique de mesure de l'atténuation des fibres optiques.

[**] Un modulateur de phase excité par un générateur de bruit blanc et placé avant la boucle interférométrique peut également servir à réduire la cohérence temporelle du laser He-Ne.

d) Les reflexions parasites sur les différents éléments optiques créent des interférences avec les ondes primaires. Des éléments optiques anti-reflet sont utilisés dans le montage, cependant les faces d'entrée de la fibre créent des réflexions. Pour que celles-ci ne perturbent pas la mesure, il conviendra d'utiliser des fibres taillées obliquement aux extrémités.

e) Les fluctuations de phase induites par le couplage dans la fibre des vibrations acoustiques et thermiques environnantes sont localement réciproques du fait qu'elles affectent identiquement les deux ondes. Le retard dû à la propagation peu théoriquement introduire une non-réciprocité, cependant la faible longueur de fibre rend ce temps de propagation extrêmement petit ($\sim$ 65 ns pour notre fibre de 13 m). Cette non-réciprocité résiduelle est donc très faible pour les perturbations dont la fréquence est inférieure au MHz. La bande de détection étant inférieure à cette valeur, les fluctuations acoustiques et thermiques sont bien compensées. Lors de l'utilisation d'une grande fibre, il convient de l'enrouler sur le touret symétriquement par rapport au milieu de la fibre. Ainsi deux points quelconques symétriques par rapport au milieu se trouvent placés à proximité l'un de l'autre. De cette façon toute perturbation sur la phase en un point est compensée par la perturbation sur la phase au point symétrique.





Photographies 4 et 5 : Vues de l'interféromètre

(1) objectifs de microscope ; (2) lames quart d'onde ; (3) cube séparateur de polarisations ; (4) cube 50 x 50 ; (5) photodiode de référence ; (6) photodiode de mesure ; (7) conducteurs électriques ; (8) touret portant la fibre ; (9) fibre dans son tuyau protecteur ; (10) phasemètre.

IV.2 - AMELIORATIONS FUTURES

IV.2.1 - Nécessité d'améliorer le capteur

L'ampèremètre à fibre optique que nous avons développé est un prototype de laboratoire, il est encore loin d'un appareil industriel. Pour parvenir à ce stade notre capteur devra certainement subir de nombreuses améliorations et transformations. On peut distinguer deux étapes d'évolution.

La première étape prochainement réalisable consistera à développer un capteur de courant en micro-optique discrète, chaque composant étant optimisé et miniaturisé.

La deuxième étape, à horizon plus lointain, consistera en la réalisation d'un capteur en optique intégrée mettant à profit les propriétés de propagation guidée de la lumière de certains milieux diélectriques (M. PAPUCHON et C. PUECH, (1977) ; F.J. LEONBERGER, (1982)). Cette dernière étape peut se scinder en deux étapes distinctes :

- L'optique intégrée hybride qui consiste à réaliser les différentes fonctions sur les matériaux les plus appropriés pour chacune d'elles.
- L'optique intégrée monolithique dans laquelle les diverses fonctions sont réalisées sur le même substrat (tous les problèmes de connexion sont ainsi résolus).

Analysons plus en détail les étapes du futur développement de notre capteur de courant.

IV.2.2 - Etape optique discrète compacte

Le développement du capteur de courant en optique discrète compacte pose plusieurs problèmes qui sont entre autres :

- l'utilisation d'une fibre optique de grande longueur,
- la miniaturisation de l'isolateur de Faraday,
- le couplage faisceau-fibre optique,
- l'amélioration des caractéristiques du laser et sa miniaturisation.

Analysons ces points plus en détail :

a/ La fibre optique :

La partie "sensible" de notre capteur, à savoir la fibre optique, est identiquement présente (aux extrémités près) quelle que soit la technologie optique choisie.

La courte longueur (~ 15 m) de fibre optique dont nous disposons limite fortement la sensibilité de l'appareil (proportionnelle au nombre de tours de fibre) et n'est pas optimale pour la détection (chapitre I.2.3). Une longueur de quelques centaines de mètres serait préférable. Si la fibre présente une très faible biréfringence linéaire en regard de sa biréfringence circulaire, elle conservera la polarisation et pourra être utilisée comme telle. Dans le cas contraire, il sera nécessaire de la torsader. La réalisation d'une fibre torsadée d'une quinzaine de mètres nécessite un local de cette longueur (la fibre est torsadée dans son tuyau protecteur déroulé). Il est bien entendu impossible de torsader plusieurs centaines de mètres de fibre par ce procédé. Nous avons donc entrepris la réalisation d'une machine à torsader les fibres optiques (figure 91).

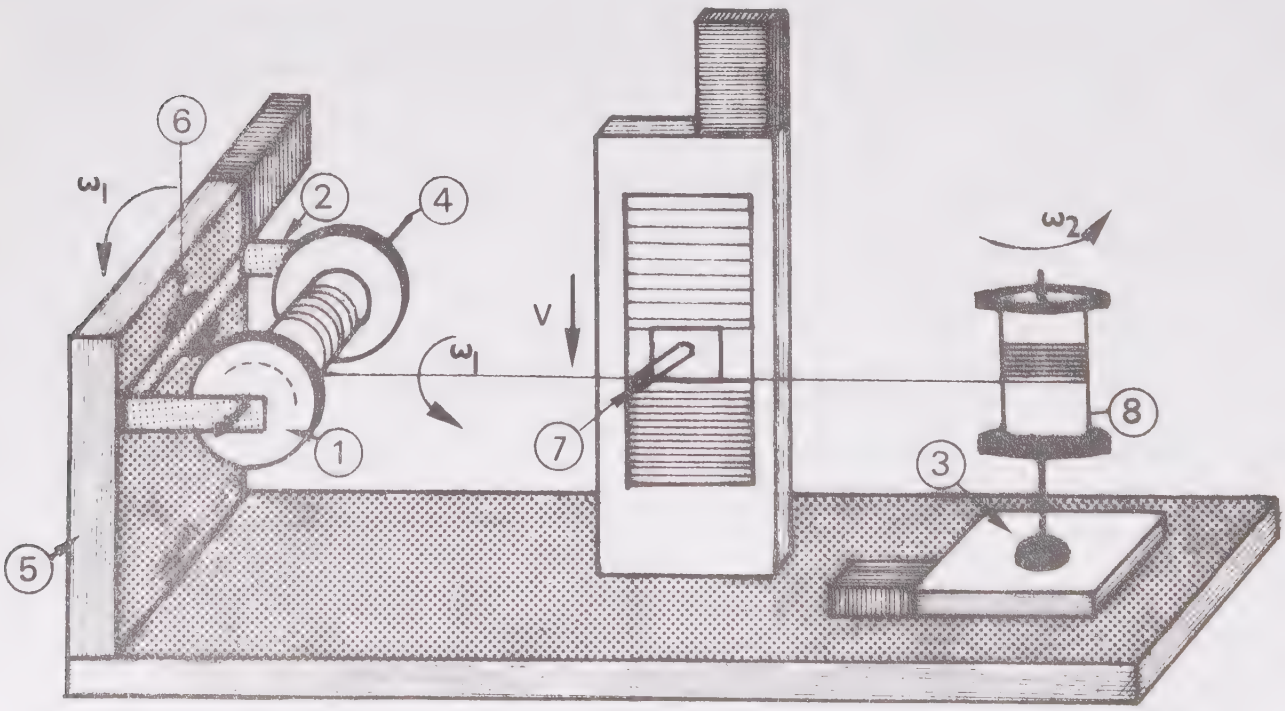


Figure 91 : Machine à torsader les fibres.

La fibre non torsadée, telle qu'elle nous est livrée par le constructeur est enroulée sur le touret n° 1. Ce touret est placé dans une pièce (2) par l'intermédiaire de l'axe (4). Le touret est libre en rotation autour de l'axe (4). La pièce (2) est fixée sur un moteur (6) qui lui imprime une vitesse de rotation réglable ω_1. A l'autre extrémité du banc un deuxième touret (8) fixé lui aussi sur un moteur (3) reçoit la fibre torsadée qui s'enroule bien régulièrement grâce au guide (7) lui-même animé d'une vitesse v, cette vitesse est ajustée pour que les tours successifs de fibre ne se chevauchent pas sur le touret. Les vitesses de rotation ω_1 et ω_2 nécessaires à induire une torsion de k tours par mètre soit liées par la relation :

$$\omega_1 = k(\pi D)\omega_2$$

où D est le diamètre du touret (8). Remarquons que celui du touret (1) n'intervient pas.

Les premiers essais de cette machine réalisés avec du petit fil électrique en guise de fibre sont très prometteurs. Il reste bien entendu à réaliser l'opération sur une fibre optique dont la résistance mécanique est moindre.

b/ Miniaturisation de l'isolateur de Faraday :

La rotation de 45° de la direction de polarisation de la lumière, nécessaire au bon fonctionnement de chaque rotateur de Faraday, nécessite un champ magnétique B et une longueur L tels que :

$$B.L. \simeq 11\ 000\ G.cm = 11\ 000\ Gilberts = 110\ T.m$$

Le champ magnétique est actuellement produit par un électro-aimant délivrant 1000 Gauss sur un entrefer de 1 cm parcouru 11 fois par le faisceau (chapitre III.4).

L'utilisation d'aimants en samarion de cobalt ($SmCO_5$) permet d'obtenir cette valeur de 11 000 Gilberts sur 2 cm (5500 G × 2 cm). Les barreaux de verre HOYA FR5 utilisés dans les isolateurs à électro-aimants mesurent 3 cm dans le sens de leur plus grande longueur, ils peuvent donc être utilisés dans cette nouvelle configuration. L'ajustement de (B.L) est alors réalisé par simple déplacement longitudinal du verre dans l'aimant. L'épaisseur (0,8 cm) de nos verres HOYA permet le passage de deux faisceaux laser dans le même barreau (figure 92), ce qui diminue considérablement la taille de l'isolateur.

Notons que le faisceau laser ressort de l'isolateur exactement dans le même axe qu'il est entré. L'isolateur peut donc être intercalé devant le laser sans aucun réglage supplémentaire.

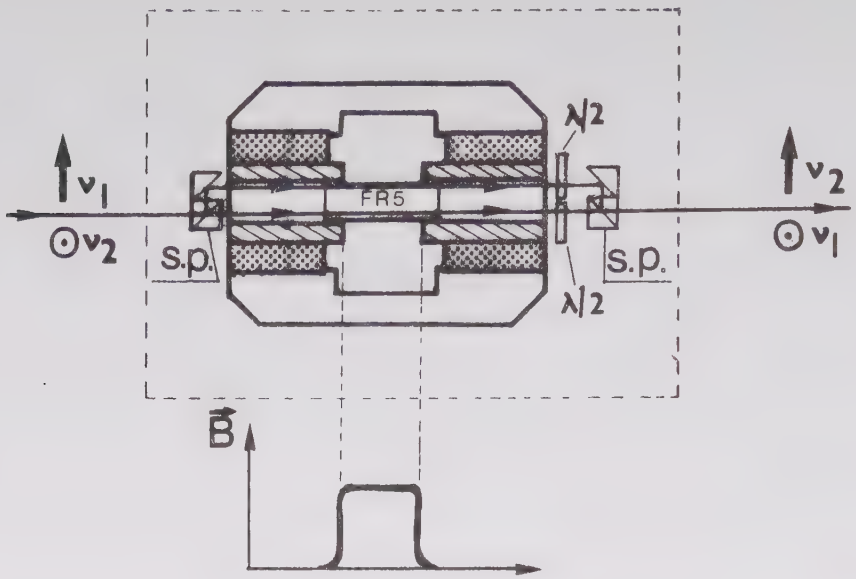


Figure 92 : Isolateur de Faraday compact.

La réalisation d'un tel isolateur est actuellement à l'étude. Son utilisation devrait simplifier considérablement les réglages de l'interféromètre.

c/ La source de lumière :

L'asservissement en température réalisé pour stabiliser le battement de fréquence du laser Zeeman, n'est pas suffisant : du fait de l'inertie thermique, l'asservissement n'agit pas assez rapidement, ce qui stabilise le battement laser à quelques kilohertz près. Pour compenser plus rapidement les variations de fréquence, il conviendrait de coupler à la stabilisation en température un asservissement par cristaux piézo-électriques.

La puissance délivrée actuellement par le laser est d'environ 2 mW. Pratiquement 20 % de cette puissance est perdue dans l'isolateur par la faute des multiples réflexions. En remplaçant ce dernier par l'isolateur compact décrit ci-dessus, ces 20 % ne sont plus perdus. Si l'on accepte une légère diminution de la puissance laser, il est possible d'utiliser un tube laser

de 1,1 mW non polarisé de la marque "MELLES GRIOT" dont nous possédons un exemplaire. Ce tube laser a une longueur de cavité d'environ 12 cm. Un tube laser de cette taille est pratiquement monomode d'origine, les modes adjacents du laser Zeeman seront donc extrêmement faibles. Un laser bifréquence réalisé avec ce tube serait au moins deux fois plus petit que le prototype actuel.

Parallèlement à la réalisation dans notre laboratoire de ce petit laser bifréquence, un prototype de pré-série du laser bifréquence de 2 mW que nous avons étudié, est en cours de fabrication par les Sociétés PHOTONETICS et SPECTEC.

d/ Couplage faisceau laser - fibre optique :

Le couplage entre le faisceau laser et la fibre est actuellement effectué à l'aide d'un objectif de microscope ; l'extrémité de la fibre possédant 6 degrés de liberté par rapport à l'objectif grâce à des platines micrométriques.

Afin de simplifier les réglages et de pallier les désalignements dus aux phénomènes de relaxation mécanique, il serait bon de mettre au point un montage plus rigide de ce couplage.

Celui-ci pourrait par exemple s'effectuer à l'aide d'une lentille de type "SELFOC" et le maintien de la fibre à l'aide de quatre cubes (figure 93).

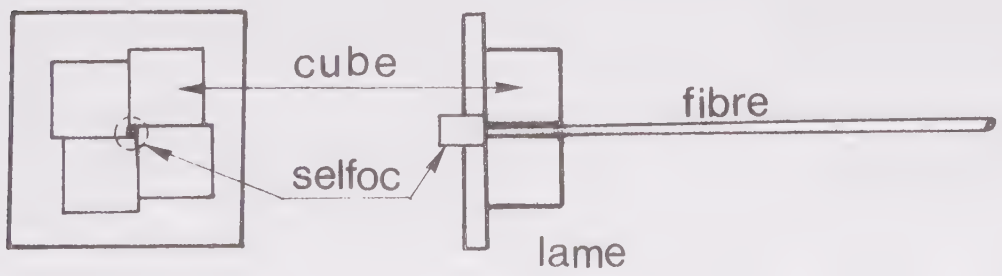
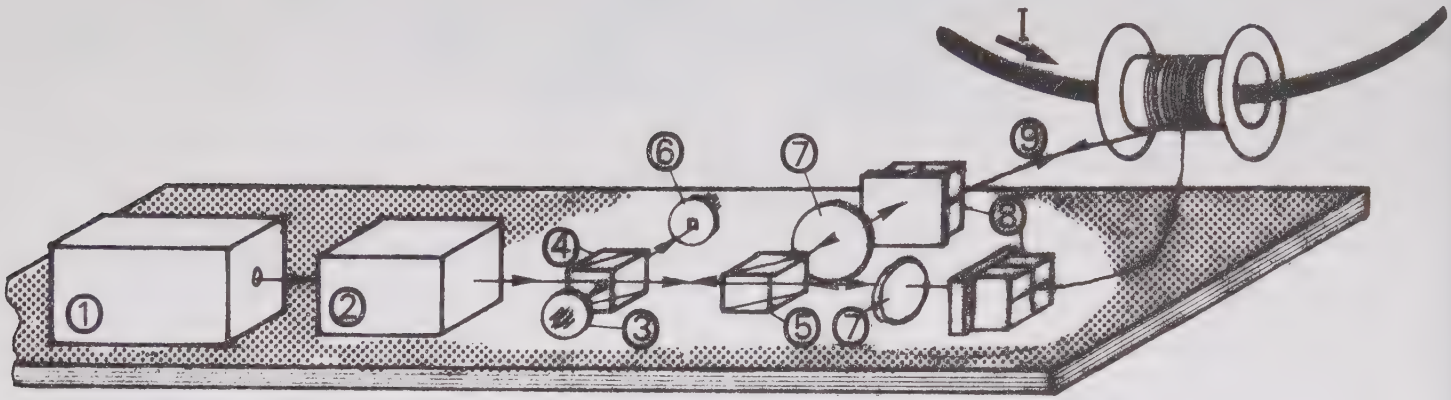


Figure 93 : Montage possible de la fibre et de la lentille Selfoc.

e/ Le capteur dans son ensemble :

Le capteur de courant ainsi amélioré devrait avoir une taille relativement réduite (50 x 30 x 20 cm environ). Tous les éléments pourraient être fixés sur une plaque de métal rigide afin de limiter les relaxations mécaniques (figure 94).



① : laser ; ② : isolateur ; ③ : photo-diode de référence ; ④ : cube séparateur ; ⑤ : cube polariseur ; ⑥ : photo-diode de mesure ; ⑦ : la mesure "quart-d'onde" ; ⑧ : coupleur faisceau-fibre ; ⑨ : fibre optique monomode.

Figure 94 : Configuration compacte de l'interféromètre.

IV.2.3 - Etape optique intégrée

L'ultime étape de ce capteur ampèremétrique est sa réalisation en optique intégrée. Cependant, si le passage à l'optique discrète compacte est prochainement envisageable dans notre laboratoire, ce n'est pas le cas pour l'étape optique intégrée. En effet nous ne possédons pas la maîtrise technologique nécessaire pour mener à bien une telle réalisation. Cependant, rien ne nous empêche d'envisager les grandes lignes d'un tel capteur.

Dans l'option optique intégrée hybride, chaque partie du capteur (source laser, lentilles, polariseurs...) est réalisée séparément afin d'optimiser ses caractéristiques. La source sera bien entendu une diode laser. Le cube séparateur pourra être remplacé par un coupleur à fibre (figure 95) mis au point par l'Université de STANDFORD (R.A. BERGH et al., (1980)), ou bien un coupleur en niobate de lithium du type COBRA développé pour le L.C.R. de CORBEVILLE (M. PAPUCHON, (1977)), (figure 96).

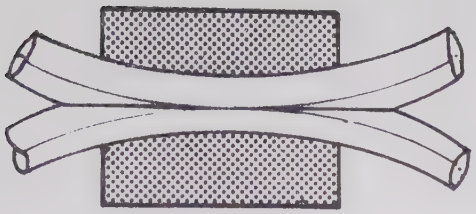


Figure 95 : Coupleur à fibre.

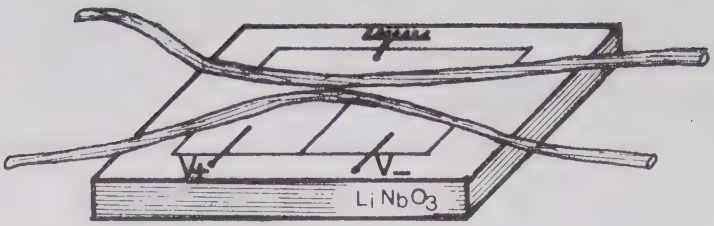


Figure 96 : Coupleur en niobate de lithium.

Dans l'option optique intégrée monolithique, tous les composants seront réalisés à partir du même substrat ce qui confèrera une extrême petitesse et une très grande fiabilité à un tel capteur.

REFERENCES DU CHAPITRE IV

R.A. BERGH, G. KOTLER, H.J. SHAW
"Single-mode fiber optic directional coupler.
Elect. Lett., Vol. 16, n° 7, 260-261 (1980).

H.C. LEFEVRE
"Contribution à la gyrométrie à fibre optique de classe inertielle"
Thèse d'état, NICE (1982)

F.J. LEONBERGER
"Applications of guides-wave interferometers".
Fiberoptic Techno., pp. 125-129, March 1982.

M. PAPUCHON et C. PUECH
"L'optique intégrée : De nouvelles possibilités pour la modulation et la commutation de la lumière".
Entropie n° 77, 13-24 (1977).

M. PAPUCHON
"Recent progresses in electrooptic modulation and switching using LiN_bO_3 waveguides".
Frequenz 32, 75-78 (1978)3.

A.M. SMITH
"Polarization and magneto-optic properties of single-mode optical fiber"
App. Opt., Vol 7 n°1 ,52-56 (1978).

CONCLUSION

CONCLUSION

Le travail effectué durant cette thèse a permis l'étude et la réalisation d'un prototype de laboratoire démontrant ainsi la faisabilité de la mesure interférométrique du courant électrique par effet Faraday.

La conservation d'un état de polarisation de la lumière au cours de sa propagation dans la fibre s'est avérée être un des problèmes clé de cette étude. Les méthodes de Jones et de Poincaré complémentaires l'une de l'autre ont permis la compréhension des phénomènes et la maîtrise des paramètres régissant l'évolution de la polarisation, nous conduisant ainsi à réaliser une fibre optique monomode conservant les états de polarisations circulaires.

La réalisation pratique de l'ampèremètre a mis à jour de nouveaux problèmes. En effet, bien que la maquette réalisée autorise des mesures de courant continu allant jusqu'à 62 kA avec une précision de 3.10^{-3} à pleine échelle (les mesures réalisées sont limitées à 2 260 A par l'alimentation), le courant minimum mesurable de 200 A est dix fois supérieur à la valeur excomptée au paragraphe I.2.7 : le gain d'un ordre de grandeur s'avère nécessaire sur la sensibilité.

Pour ce faire, une étude plus détaillée des bruits de phase devra être menée. La réalisation prochaine de la maquette compacte proposée au paragraphe IV.2 devra améliorer sensiblement la sensibilité et la stabilité des mesures.

Notons que, parallèlement à l'ampèremètre à fibre optique, les lasers bifréquences de plusieurs mW de puissance, mis au point au cours de cette thèse peuvent être avantageusement utilisés en métrologie optique pour les mesures de vitesses, de déplacements, ... permettant ainsi de faire bénéficier d'autres laboratoires de nos recherches.

ANNEXES

SOMMAIRE

I - EFFET FARADAY - THEORIE ELECTROMAGNETIQUE

1 - Biréfringence magnétique circulaire

2 - Rotation du plan de polarisation

3 - Constante de Verdet

II - ORIENTATION DES LAMES QUART-D'ONDE

III - COORDONNEES DU POINT REPRESENTANT L'E.D.P. SUR LA SPHERE DE POINCARE

IV - MATRICE DE JONES REPRESENTANT LA FIBRE

V - MODES PROPRES DE POLARISATION

VI - ELLIPTICITE APRES PROPAGATION DANS LA FIBRE (JONES)

VII - EQUIVALENCE DES DEUX EXPRESSIONS DE L'ELLIPTICITE

ANNEXE I

EFFET FARADAY

THEORIE ELECTROMAGNETIQUE

Dans la première partie de cette annexe nous montrons que la biréfringence magnétique circulaire est proportionnelle au champ magnétique. Dans la deuxième partie nous indiquons que cette biréfringence provoque la rotation du plan de polarisation de l'onde traversant le milieu. Enfin dans la troisième partie l'expression de la constante de Verdet en fonction de la longueur d'onde est explicitée.

1 - Biréfringence magnétique circulaire

Pour comprendre comment un milieu plongé dans un champ magnétique introduit des modifications sur certains paramètres du rayon lumineux le traversant, il faut considérer les interactions entre l'onde et la structure du milieu.

La composition électrique de la matière est bien connue : chaque atome possède un noyau chargé positivement autour duquel gravite un nuage électronique composé de plus ou moins d'électrons chargés négativement.

Considérons le milieu comme isotrope, transparent et non conducteur de l'électricité.

Chaque électron est "attaché" au noyau ; le champ électrique de l'onde électromagnétique produit une force et donc un déplacement relatif entre les électrons et le noyau, déplacement auquel s'oppose la force de rappel électrostatique [e-noyau] : $-f\,d\ell$.

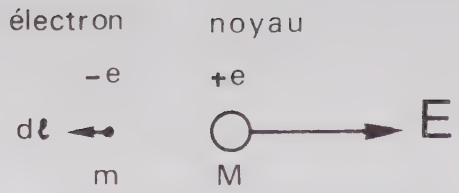


Figure AI.1 : Déplacement e-noyau dû au champ électrique.

Lorsque le milieu est plongé dans un champ magnétique B_o supérieur au champ magnétique de l'onde $\vec{B}$, la force de Lorentz agissant sur les électrons (les noyaux plus lourds sont supposés fixes) est :

$$F = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_o)$$

L'équation différentielle du mouvement est de la forme :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_o) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{f} \cdot \vec{dv}$$

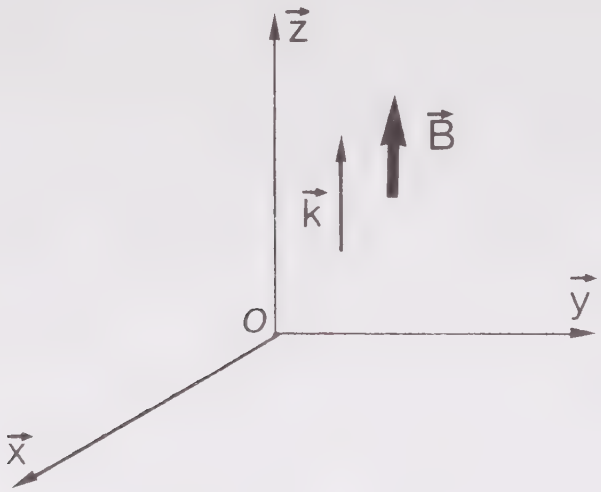


Figure AI.2 : Orientations du champ magnétique $\vec{B_o}$ et du vecteur d'onde $\vec{k}$.

Supposons que le champ magnétique $\vec{B}_o$ et que la direction de propagation de la lumière soient dirigés suivant l'axe Oz (figure AI.2).

On en déduit que le champ électrique $\vec{E}$ de l'onde et donc les déplacements électroniques $\vec{d\ell}$ sont situés dans le plan (xOy) :

$$\Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r} = 0$$

L'équation générale de propagation des ondes (G. BRUHAT, 1965) est de la forme :

$$\vec{k} \times \vec{k} \times \vec{E} = \vec{k}(\vec{k}.\vec{E}) - k^2\vec{E} = -\omega^2/c^2 \; \vec{\vec{K}}.\vec{E}$$

Du fait de l'orthogonalité des vecteurs $\vec{k}$ et $\vec{E}$, cette équation d'onde devient :

$$k^2\vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{\vec{K}}.\vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \\ -K_2 & K_1 \end{pmatrix} \vec{E}$$

avec $\vec{\vec{K}}$ est le tenseur diélectrique réduit :

$$K_1 = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega_o^2-\omega^2)}{(\omega_o^2-\omega^2)^2 - \omega^2\omega_p^2}$$

et :

$$K_2 = j \frac{\omega.\omega_b.\omega_p^2}{(\omega_o^2-\omega^2)^2 - \omega_b^2\omega^2}$$

avec $\omega_o/2\pi$ la fréquence caractéristique électronique (cette fréquence est celle à laquelle il est possible d'arracher un électron de sa couche, elle est généralement située dans l'ultra-violet lointain), $\omega_b = eB/m$ la pulsation de Larmor et $\omega_p = (n_e\, e^2/m\varepsilon_o)^{1/2}$ la pulsation plasma.

En projetant l'équation d'onde sur les deux axes on obtient :

$$\begin{cases} k^2 E_x = \omega^2/c^2 [K_1 E_x + K_2 E_y] \\ k^2 E_y = \omega^2/c^2 [-K_2 E_x + K_1 E_y] \end{cases}$$

En résolvant ce système, nous obtenons :

$$\frac{E_y}{E_x} = -\frac{E_x}{E_y}$$

Cette dernière relation implique que $E_y/E_x = \pm i$.

On a ainsi deux modes circulaires de propagation, un droit et un gauche, soit :

$$k^2c^2/\omega^2 = K_1 \pm i\, K_2$$

En remplaçant K_1 et K_2 par leurs valeurs respectives on obtient :

$$\left(\frac{c^2}{\omega^2}\right)k_{\pm}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_o^2 - \omega^2 \pm \omega_b\omega}$$

pour l'onde $C_{\pm}$.

Nous allons maintenant calculer la différence entre les indices de réfraction associés à chacune des ondes $C_{\pm}$:

$$\frac{c^2}{\omega^2}\left|k_-^2 - k_+^2\right| = \frac{2\,\omega_p^2\,\omega_b\,\omega}{(\omega_o^2-\omega^2) - \omega_b^2\omega^2} \qquad \text{(eI.1)}$$

Or les indices de réfractions sont liés aux constantes de propagation par :

$$n_{\pm} = (c/\omega)k_{\pm}$$

Ainsi en remplaçant dans l'équation eI.1 :

$$\left|n_+^2 - n_-^2\right| = \frac{2\,\omega_p^2\,\omega_b\,\omega}{(\omega_o^2-\omega^2)^2 - \omega_b^2\omega^2}$$

Si l'on pose $n_+ + n_- = 2n$ où n est la moyenne des deux indices et $\Delta n = n_+ - n_-$, l'écart d'indice, on obtient :

$$\Delta n = \frac{\omega_p^2\,\omega_b\,\omega}{n\left[(\omega_o^2-\omega^2)^2 - (\omega.\omega_b)^2\right]}$$

Remarquons que le terme $\omega_b.\omega$ au dénominateur est une correction devant ω^2 :

$$\omega_b = \frac{eB}{m} = \frac{1{,}6.10^{-19}\,B}{10^{-30}} = 1{,}6.10^{11}\,B \ll \omega \simeq 2\pi \times 1{,}5.10^{14}$$

Ce terme peut donc être négligé, ainsi l'écart d'indice devient :

$$\Delta n = \frac{\omega_b\,\omega_p^2\,\omega}{n\left[\omega_o^2-\omega^2\right]^2} = \left(\frac{n_e\,e^3}{n\,m^2\,\varepsilon_o}\right)\frac{B\omega}{(\omega_o^2-\omega^2)^2}$$

Cette dernière relation indique la proportionnalité entre le champ magnétique et l'écart d'indice.

2 - Rotation du plan de polarisation

Montrons maintenant que cette différence entre les constantes de propagation conduit bien à la rotation du plan de polarisation de l'onde.

Supposons que le champ magnétique agisse sur une longueur L et cherchons la valeur des deux composantes du champ électrique $E_\pm$ après ce parcours :

$$E_\pm = A\, e^{i(k_\pm L - \omega t)}$$

Posons pour simplifier la démonstration : $\varphi = L/2(k_+ + k_-) - \omega t$ et $\theta = L/2(k_+ - k_-)$. Les composantes du champ électrique deviennent :

$$E_\pm = A\, e^{i(\varphi \pm \theta)}$$

En décomposant E_+ et E_- sur la base de vecteurs linéaires orthogonaux E_x et E_y on obtient :

$$\begin{cases} E_x = A\, e^{i\varphi} \cos\theta \\ E_y = A\, e^{i\varphi} \sin\theta \end{cases}$$

Ces équations correspondent à un champ électrique de polarisation linéaire dont les composantes sont en phase mais qui a tourné d'un angle θ (figure A1.3) :

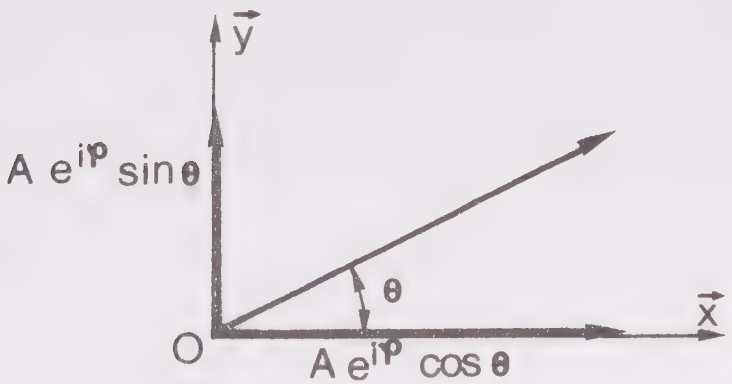


Figure A1.3 : Décomposition du champ électrique sur les axes de coordonnées.

3 - Constante de Verdet

Nous allons maintenant relier l'écart d'indice Δn induit par le champ magnétique à la rotation du plan de polarisation.

Une loi empirique proposée par Emile Verdet pose que la rotation θ du plan de polarisation est proportionnelle à l'induction magnétique $H = B/\mu$ et à la longueur L du parcours, avec une constante de proportionnalité V_e, appelée constante de Verdet :

$$\theta = V_e \, H.L \qquad \text{(eI.2)}$$

Calculons donc la valeur de cette constante en fonction de l'écart d'indice Δn. La rotation θ vaut :

$$\theta = \frac{k_+ - k_-}{2} L = \frac{(n_+ - n_-)\omega L}{2c} \qquad \text{(eI.3)}$$

Ainsi en identifiant les équations eI.2 et eI.3 puis en remplaçant Δn par la valeur calculée précédemment, on obtient :

$$V_e = \frac{n_e \, e^3}{2n\,m^2\,c} \frac{\mu}{\varepsilon_o} \frac{\omega^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2}$$

Cette relation montre clairement que la "constante" de Verdet n'est en réalité pas constante en fonction de la fréquence.

Cependant loin des bandes d'absorption $\omega < \omega_o$, la simplification de ω^2 au dénominateur conduit à :

$$V_e \simeq \frac{n_e \, e^3}{2n\,m^2\,c} \frac{\mu}{\varepsilon_o} \frac{1}{\lambda^2 (1/\lambda_o^2 - 1/\lambda^2)^2}$$

soit en ne conservant que le premier terme d'un développement limité en $(\lambda_o/\lambda)^2$ on obtient pour la constante de Verdet :

$$V_e \simeq \frac{n_e \, e^3}{2n\,m^2\,c} \frac{\mu}{\varepsilon_o} \frac{\lambda_o^2}{\lambda^2}$$

Ainsi loin des bandes d'absorption la constante de Verdet est proportionnelle à $1/\lambda^2$.

Cette variation en $1/\lambda^2$ de la constante de Verdet est sans incidence sur notre montage bien que les deux ondes contrapropagatives soient séparées d'une centaine de kilohertz. En effet la différence de longueur d'onde correspondante est d'environ $100.10^3/1,5.10^{14} \simeq 7.10^{-10}$. L'écart entre les constantes de Verdet vues par les deux ondes est du même ordre de grandeur, donc parfaitement négligeable. Nous pouvons donc considérer V comme une vraie constante.

ANNEXE II

ORIENTATION DES LAMES QUART-D'ONDE

L'ampèremètre interférométrique proposé, implique que les deux ondes lumineuses se propageant en sens inverse dans la fibre optique soient toutes deux de polarisation circulaire. Le laser bifréquence délivre deux polarisations linéaires orthogonales, grâce au cube séparateur de polarisation, ces deux fréquences sont aiguillées chacune vers une des entrées de la fibre.

Chaque faisceau traverse ensuite une lame quart-d'onde qui se doit d'être convenablement orientée pour rendre la polarisation circulaire avant l'entrée de la fibre. Nous avons alors deux orientations possibles pour les lames quart-d'onde : leurs axes rapides parallèles entre eux ou croisés (figures AII.1 et AII.1' respectivement).

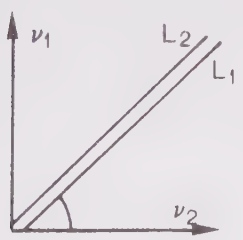


Figure AII.1

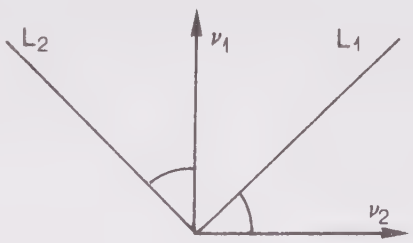


Figure AII.1'

Dans les deux cas, les polarisations sont transformées en polarisations circulaires. Nous avons également la possibilité de rendre parallèles entre elles les polarisations linéaires initialement croisées, à l'aide d'une lame demi-onde placée sur un des trajets après le cube séparateur.

Cela nous donne deux nouveaux cas :

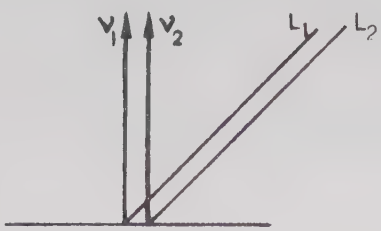


Figure AII.2

Les lames quart-d'onde sont de même orientation

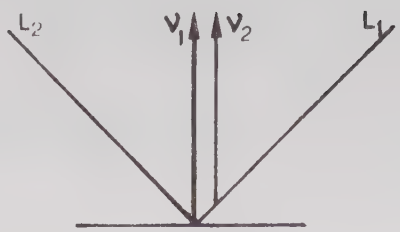


Figure AII.2'

Les lames quart-d'onde sont d'orientation croisée

Avant de poursuivre notre démonstration précisons certaines notations :

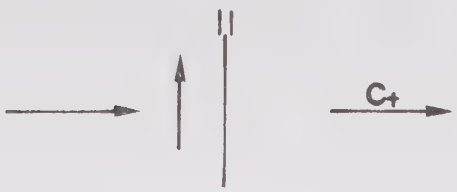


Figure AII.3

- Notation 1 :

Décidons de noter C+ une onde circulaire provenant d'une onde linéaire qui a traversé une lame quart-d'onde d'orientation dite : ||
(figure AII.3).

- Notation 2 :

Décidons de noter C- une onde circulaire provenant de la même onde linéaire qui a traversé cette fois une lame quart-d'onde d'orientation perpendiculaire à la première, notée ⊥ (figure AII.4).

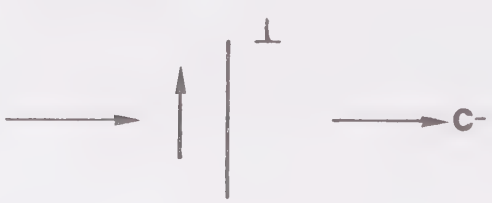


Figure AII.4

Par dualité nous pouvons écrire :

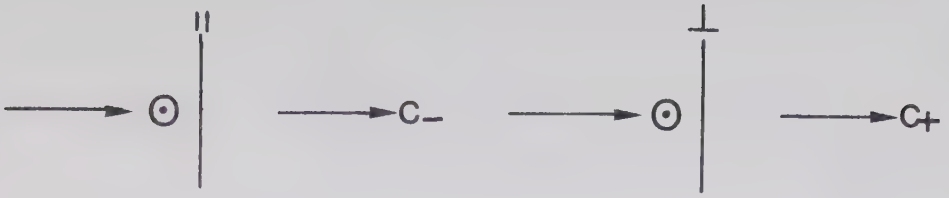


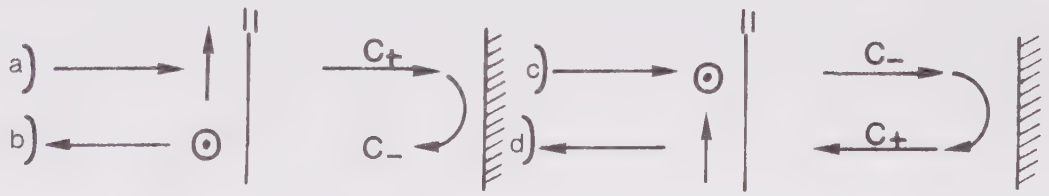
Figure AII.5 Figure AII.5'

Ces quatre schémas (figure AII.3, 4, 5 et 5'), ont été écrits pour un même sens de propagation : de la gauche vers la droite.

Cherchons maintenant en s'appuyant uniquement sur les notations 1 et 2 et sur les lois de la réflexion comment peuvent s'appeler des ondes venant de la droite vers la gauche après traversée de la lame.

Associons, pour ce faire, une lame quart-d'onde et un miroir. Nous savons qu'une onde C+(-) lorsqu'elle est réfléchie par un miroir devient une onde C-(+) (on utilise cette propriété pour orienter correctement les lames quart-d'onde en optique).

Ainsi :



De même, par dualité :

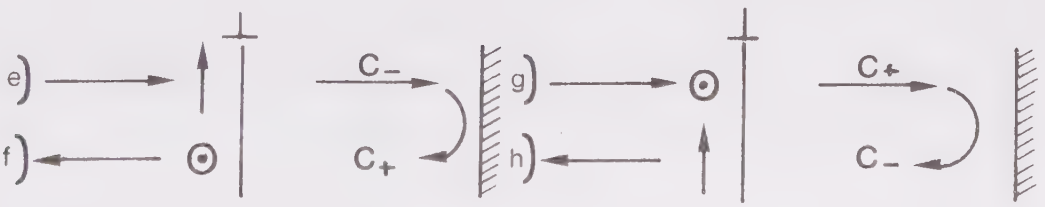


Figure AII.6

Les cas b, d, f, h, de la figure AII.6 nous renseignent sur la dénomination d'ondes se propageant de droite à gauche avec les quatre cas possibles d'orientation.

Associons deux lames quart-d'onde dont les axes sont parallèles ou perpendiculaires (figure AII.7) :

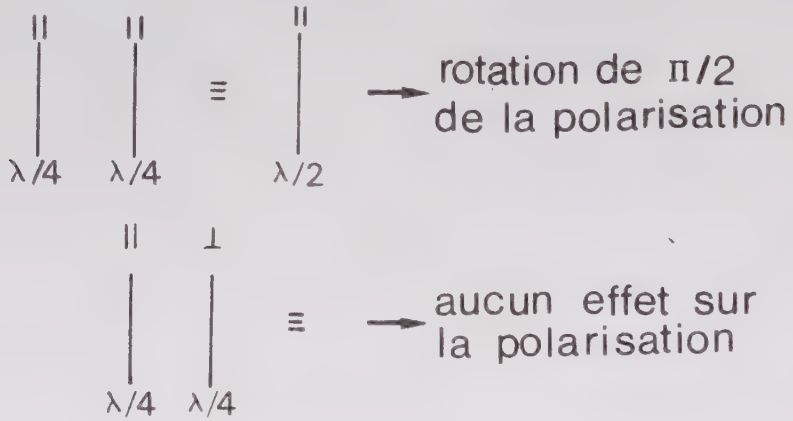


Figure AII.7

Introduisons à ce niveau une nouvelle définition :

. Supposons un milieu à effet Faraday, celui-ci induit une phase sur des ondes circulaires, avec un signe associé à cette phase en fonction du sens de parcours par rapport à celui des lignes de champ (figure AII.8) :

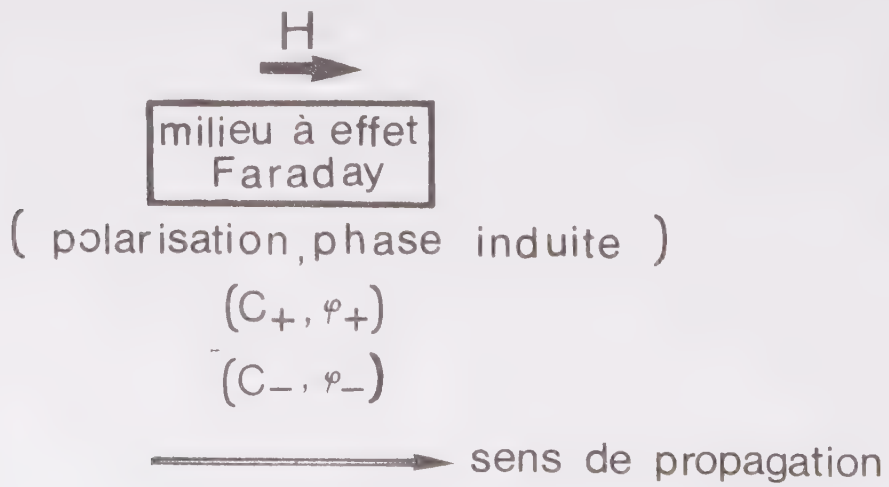


Figure AII.8

L'effet Faraday étant non-réciproque, on en déduit immédiatement :

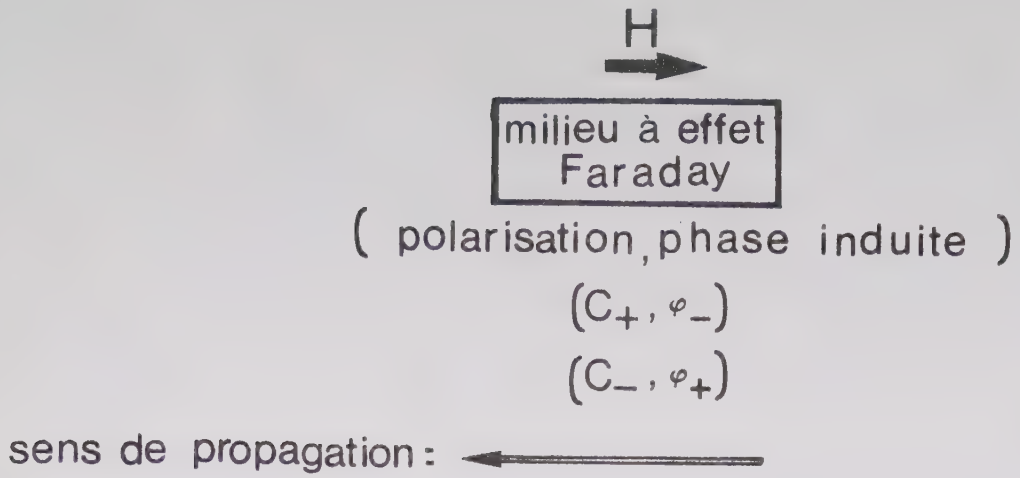


Figure AII.9

Nous avons maintenant tous les éléments en main pour continuer notre démonstration : quelle doit être l'orientation des lames ?

Les huit cas sont les suivants : (deux sens pour la polarisation × deux pour l'orientation des lames × deux pour le sens de propagation ⇒ huit cas), (figure AII.10).

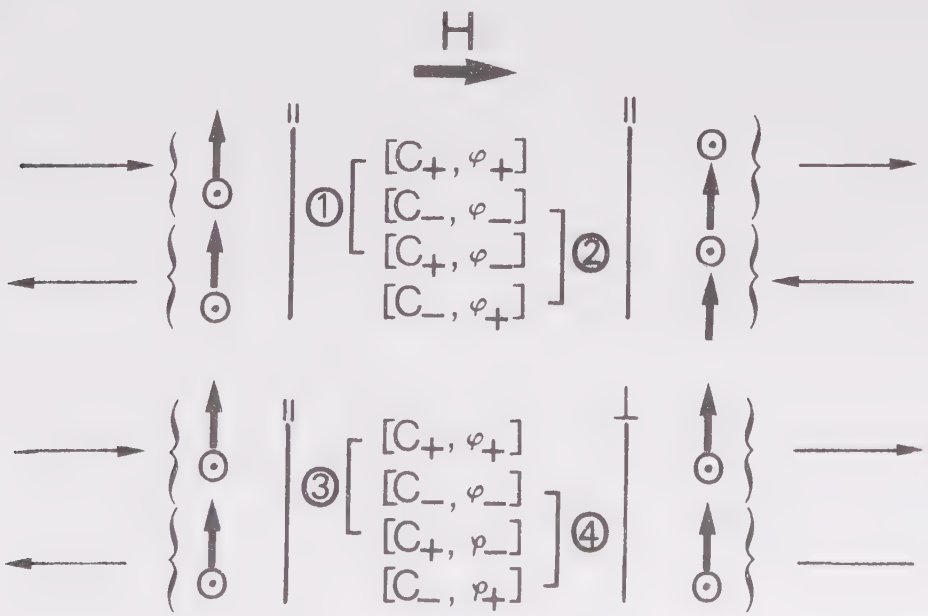


Figure AII.10

Le critère de choix à ce niveau se fait ainsi :

. Le déphasage lu sur le phasemètre en sortie de l'interféromètre est proportionnel à $(\phi+)-(\phi-)$, référence [1], or $(\phi+) = -(\phi-)$. Si l'on veut obtenir une mesure qui ne soit pas tout le temps rigoureusement nulle, il faut que pour les deux ondes les phases soient de signe opposé : soit $\phi+$ et $\phi-$, soit $\phi-$ et $\phi+$ associés à C+, C- respectivement.

Remarquons que les cas (1) et (2) de la figure AII.10 sont rigoureusement identiques. Seule la notation des ondes C change de + en - ; il en est de même pour les cas (3) et (4).

Ainsi, il nous reste deux cas indépendants :

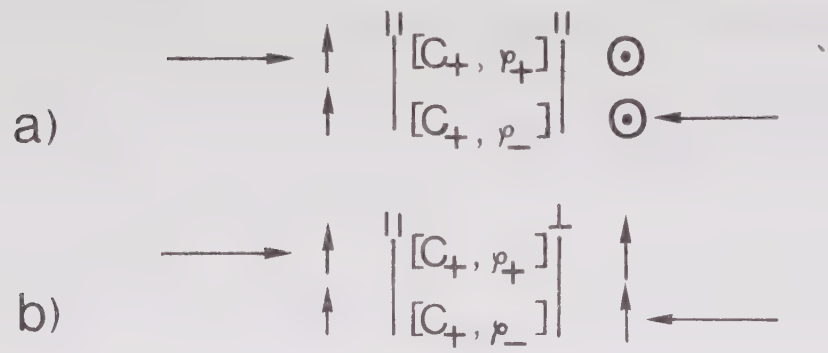


Figure AII.11

Les deux montages décrits par la figure AII.11, fournissent tous les deux un déphasage $(\phi+)-(\phi-)$. Le choix de l'un ou de l'autre de ces deux montages est fonction de l'orientation relative des polarisations d'entrée. Le cas b) de la figure AII.11 nécessite l'emploi d'une lame demi-onde, nous préférons donc choisir le cas a) afin de rendre les bras de l'interféromètre les plus identiques possible. Les deux lames quart-d'onde seront donc d'orientation //. La figure AII.12 représente les états de polarisation dans l'interféromètre.

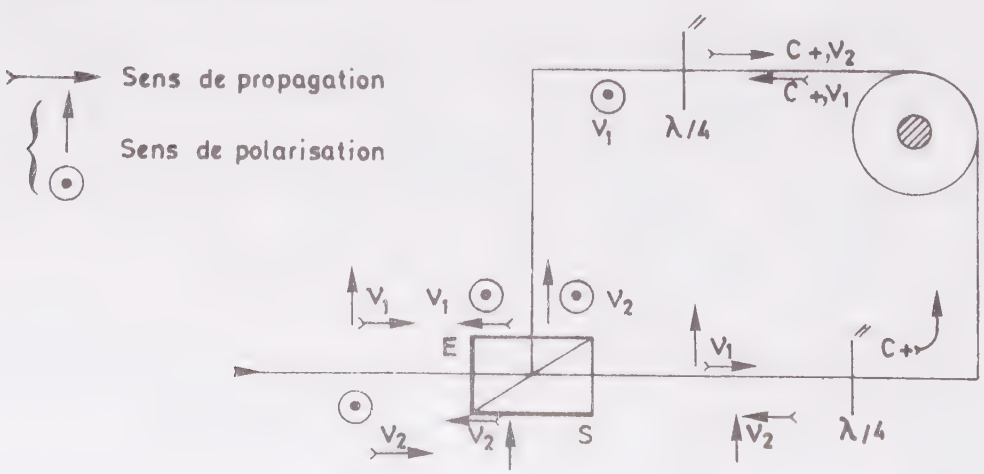


Figure AII.12 : Orientation des polarisations.

ANNEXE III

COORDONNEES DU POINT REPRESENTANT L'E.D.P. SUR LA SPHERE DE POINCARE

Nous allons exposer une méthode permettant de décrire l'évolution du point de coordonnées $(x(\ell), y(\ell), z(\ell))$ au cours de la propagation le long de la fibre, ceci grâce à l'emploi de matrices de rotation.

- Recherche du vecteur $\vec{\Gamma}$

Nous allons tout d'abord rechercher les coordonnées de $\vec{\Gamma}$ en fonction de la biréfringence linéaire, des biréfringences circulaires intrinsèque et induite ainsi que de l'angle compris entre l'axe de la fibre et celui du laboratoire.

On obtient $\vec{\Gamma}$ à l'aide de deux rotations (figure A.III.1) ; la première faisant tourner les axes $\vec{x}$ et $\vec{y}$ de 2φ autour de $\vec{z}$ et la seconde faisant tourner de $(\delta - \pi/2)$ autour de x_1 (x_1 étant l'axe déduit de x par la première rotation). Notons $(\theta,\vec{u})\ \vec{v}$ le vecteur déduit de $\vec{v}$ par une rotation positive de θ autour de $\vec{u}$, et $S(\theta,\vec{u})$ la matrice de rotation correspondante.

Ainsi : $$\vec{\Gamma} = \left(\delta - \frac{\pi}{2}, \vec{z}\right) [2\varphi,\vec{z})\vec{x}]$$

- Evolution du point P autour de $\vec{\Gamma}$

L'évolution de l'E.D.P. est représentable par une matrice notée M, produit de plusieurs matrices de rotation.

$$C(\ell) = \begin{pmatrix} x(\ell) \\ y(\ell) \\ z(\ell) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}$$

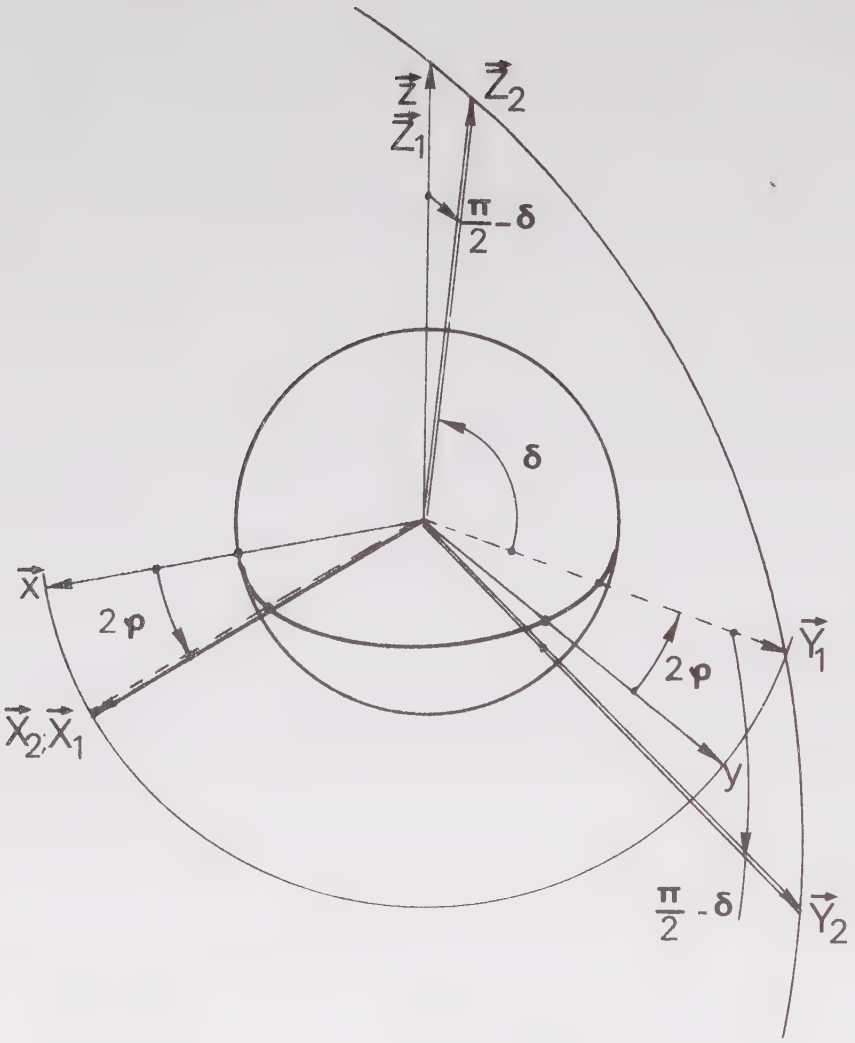


Figure AIII.1 : Détermination du vecteur $\vec{r}$ repéré par les angles 2φ, δ dans le trièdre (x,y,z).

L'évolution de l'E.D.P. est une rotation θ autour de l'axe $\vec{\Gamma}$, ainsi :

$$S(\theta,\vec{\Gamma})\ S(\delta-\frac{\pi}{2},\vec{x}_1)\ S(2\varphi,\vec{z})$$

Il faut ensuite revenir dans le référentiel de la fibre $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, pour cela appliquons à gauche de la dernière expression les matrices $S(\pi/2-\delta,\vec{x})$ et $S(-2\varphi,\vec{z})$ correspondant à des rotations contraires aux deux premières matrices, ainsi l'évolution du point P lors de sa rotation autour de :

$$\vec{\Gamma}\begin{pmatrix}2\varphi\\2\psi\end{pmatrix}$$

est représentée dans le repère $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ par la matrice :

$$S(-2\varphi,\vec{z}).S\left(\frac{\pi}{2}-\delta,\vec{x}_1\right).S(\theta,\vec{\Gamma}).S(\delta-\frac{\pi}{2},\vec{x}_1).S(2\varphi,\vec{z})$$

Pour exprimer ce résultat dans le référentiel lié au laboratoire il faut effectuer la rotation $S(-\tau z,\vec{z})$.

La matrice M devient donc :

$$M = S(-\tau z,\vec{z})\ S(-2\varphi,\vec{z})\ \left[S\left(\frac{M}{2}-\delta,\vec{x}_1\right)\ S(\theta,\vec{\Gamma})\ S\left(\delta-\frac{M}{2},\vec{x}_1\right)\right]\ S(2\varphi,\vec{z})$$

$$M = S(-\tau z-2\varphi,\vec{z})\ [N]\ S(2\varphi.\vec{z})$$

où N est une matrice antisymétrique.

$$N = \begin{pmatrix} \cos\sigma & \sin\sigma\sin\delta & -\cos\delta\sin\theta \\ -\sin\sigma\sin\delta & \cos\theta\sin^2\delta+\cos^2\delta & (1-\cos\theta)\cos\delta\sin\delta \\ \cos\delta\sin\theta & (1-\cos\theta)\cos\delta\sin\delta & \cos\theta\cos^2\delta+\sin^2\delta \end{pmatrix}$$

Comme nous l'avons démontré au paragraphe II.3.4, l'ellipticité est invariante lors du passage du référentiel mobile au référentiel fixe puisqu'uniquement fonction de la coordonnée suivant $\vec{z}$ du point P.

Pour calculer ce paramètre il est donc inutile de partir de la matrice M (repère du laboratoire). Il vaut mieux utiliser la matrice N (repère de la fibre), de laquelle sont exclues les rotations autour de $\vec{z}$.

$$\begin{pmatrix} - \\ - \\ z(\theta) \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}$$

Ce qui aboutit :

$$z(\theta) = \begin{cases} x_o \cos\delta[\sin\theta \cos 2\varphi - \sin 2\varphi \sin\delta(1-\cos\theta)] \\ +y_o \cos\delta[\sin\theta \sin 2\varphi - \cos 2\varphi \sin\delta(1-\cos\theta)] \\ +z_o[\cos\theta \cos^2\delta + \sin^2\delta] \end{cases}$$

ANNEXE IV

MATRICE DE JONES REPRESENTANT LA FIBRE

Le calcul est basé sur le fait physique fondamental que dans un milieu dit "linéaire" les deux composantes principales du vecteur champ électrique $\mathcal{E}'$ de la lumière sortant du milieu sont des fonctions linéaires des composantes du vecteur $\mathcal{E}$ de la lumière entrante.

Ainsi nous pouvons écrire :

$$E'_x = m_{11}\, E_x + m_{12}\, E_y$$

$$E'_y = m_{21}\, E_x + m_{22}\, E_y$$

et introduire les notations :

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$$

$$mij \in \mathbb{C}$$

sous la forme condensée :

$$\mathcal{E}' = M\mathcal{E}$$

Détermination de la matrice M représentant la fibre :

Plaçons l'origine des coordonnées z = 0 sur la face d'entrée de la fibre. Considérons la matrice $M_{z,z'}$ qui représente les propriétés optiques d'une petite épaisseur de cristal comprise entre z et z', et M_z la matrice représentant la fibre entre la face d'entrée et l'abscisse z. Ainsi :

$$\varepsilon_{z'} = M_{z,z'}\, \varepsilon_z \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = M_z\, \varepsilon_o \qquad \text{(eIV.1)}$$

Jones introduit une matrice N_z représentant la limite infinitésimale de $M_{zz'}$ lorsque $z' \to z$:

$$N_z = \lim_{z' \to z} \frac{M_{zz'} - Id}{z' - z} = \frac{dM_z}{dz} \qquad \text{(eIV.2)}$$

En utilisant eIV.1 et eIV.2 on obtient :

$$N_z = \frac{dM_z}{dz} M_z^{-1}$$

ce qui peut s'écrire symboliquement :

$$N = \frac{d}{dz}(\log M)$$

cette équation ayant pour solution :

$$M = M_o \exp\left(\int N \, dz\right) \qquad \text{(eIV.3)}$$

Il s'agit donc de trouver l'expression de la matrice N et ensuite de résoudre l'équation eIV.3 pour obtenir M la matrice représentative de la fibre.

Dans de nombreux cas le milieu est isotrope et N est indépendant de z. Le cas qui nous préoccupe, celui d'une fibre torsadée est différent. Considérons pour simplifier (cette hypothèse est justifiée physiquement) que la torsion est répartie uniformément le long de la fibre. Notons N_o la matrice correspondant au cristal non torsadé et N celle correspondant au cristal torsadé.

Pour passer de l'une à l'autre de ces matrices, il faut effectuer un changement de repère :

$$N = S(k_o z).N_o.S(-k_o z)$$

où $S(\alpha)$ représente une matrice de rotation d'axes d'argument α et k_o le degré de torsion des axes de la fibre par unité de longueur.

Ainsi l'équation différentielle régissant l'évolution du champ électrique est :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dz} = N\mathcal{E} = S(k_o z)\, N_o\, S(-k_o z)\mathcal{E}$$

Cette équation a pour solution générale :

$$\mathcal{E}' = S(-k_o z)\mathcal{E} \qquad \text{(eIV.4)}$$

Une fois cette solution reportée dans l'équation différentielle nous obtenons :

$$S(k_o z)\frac{d\mathcal{E}'}{dz} + \frac{dS(k_o z)}{dz}\mathcal{E}' = S(k_o z)\, N_o \mathcal{E}'$$

en utilisant la relation :

$$\frac{d}{dz}(S(k_o z)) = k_o S(k_o z)\; S\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

on a finalement l'équation :

$$\frac{d\mathcal{E}'}{dz} = \left\{N_o - k_o S\left(\frac{\pi}{2}\right)\right\}\mathcal{E}'$$

dont la solution est de la forme :

$$\mathcal{E}' = \exp(N'_z)\mathcal{E}'_o$$

ε'_o étant la valeur de $\mathcal{E}'$ en $z = 0$.

En remplaçant $\mathcal{E}'$ par l'équation eIV.4 nous trouvons pour M :

$$M = S(k_o z)\; \exp\left(\left\{N_o - k_o S\left(\frac{\pi}{2}\right)\right\}Z\right)$$

Cette relation définit la matrice M représentative de la fibre, elle est composée d'une matrice de rotation des axes de la fibre $S(k_o z)$ multipliée par la matrice M correspondant à la fibre homogène non torsadée avec une matrice N égale à :

$$\left[N_o - k_o\; S\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

Cette équation satisfait les conditions aux limites : M est égal à la matrice unité lorsque z tend vers zéro.

JONES donne les diverses composantes de la matrice N_o suivant les propriétés du milieu. Dans notre cas le milieu est propagatif et possède des biréfringences linéaire et circulaire intrinsèque. Nous considérons pour simplifier que la fibre est non absorbante et ne présente pas de dichroïsme. N_o est alors composé de trois matrices :

$$N_o = \theta_1 + \theta_3 + \theta_5$$

$\theta_1 = -\eta\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$: Le paramètre η est la constante de propagation reliée à l'indice de réfraction par $\eta = 2\pi\, n/\lambda$.

$\theta_3 = \omega_o\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$: Le paramètre ω_o est la demi-biréfringence circulaire ω_b ($\omega_o = \omega_b/2$).

θ_3 exprime la rotation (sens positif) du plan d'une onde à polarisation linéaire (en radian par unité d'épaisseur). ω_o est relié aux constantes de propagation par :

$$\omega_o = \frac{1}{2}(\eta_+ - \eta_-)$$

$\theta_5 = g_o\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$: Le paramètre g_o représente la demi-biréfringence linéaire $\Delta\beta$:

$$g_o = \frac{1}{2}\,\Delta\beta = \frac{1}{2}(\eta_y - \eta_x)$$

Ainsi :

$$N_o = \begin{pmatrix} -i\eta + ig_o & -\omega_o \\ \omega_o & -i\eta - ig_o \end{pmatrix}$$

cette matrice N_o représentant la fibre non torsadée.

$$N = N_o - k.S\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} -i\eta + ig_o & -\omega_o + k_o \\ \omega_o - k_o & -i\eta - ig_o \end{pmatrix}$$

La matrice N représente la fibre torsadée avec k_o le degré de torsion des axes de la fibre par unité de longueur jouant le rôle de la demi-biréfringence circulaire induite (g_o est la demi-biréfringence linéaire et ω_o la demi-biréfringence circulaire intrinsèque).

L'effet élasto-optique qui apparaît lors de la torsion de la fibre introduit un coefficient de couplage égal à $-\frac{0{,}148}{2}\, d\tau/d\ell$ pour les fibres en silice (ULRICH, 1979) $d\tau/d\ell$ représentant le degré de torsion par unité de longueur de fibre. Dans le cas de la torsion il s'ajoute l'effet géométrique, illustré sur la figure AIV.1.

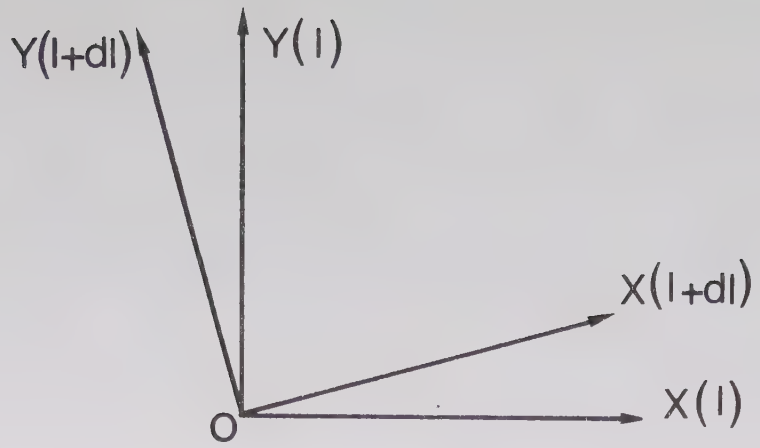


Figure AIV.1

Ainsi le coefficient k_o est de la forme $(1 - 0,148/2)\tau$ par unité de longueur.

La biréfringence circulaire apparente dans le repère de la fibre est $k'_b = (2-0,148)\tau$ par unité de longueur.

Il s'agit maintenant de calculer explicitement la matrice M en s'appuyant sur les règles du calcul matriciel infinitésimal dont les formules de Frazer-Duncan et Collar rappelées ci-dessous font partie.

Rappel :

Soit F([a]) un polynôme ou une série convergente matriciels, alors si $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$ sont les n valeurs caractéristiques toutes distinctes de [a], alors :

$$F([a]) = \sum_{i=1}^{n} F(\lambda_i)[G_i]$$

où :

$$[G_i] = \frac{\prod_{j \neq i} (\lambda_i[1] - [a])}{\prod_{j \neq i} (\lambda_j - \lambda_i)}$$

Ainsi :

$$M' = e^{([N])} = e^{\lambda_1}[G_1] + e^{\lambda_2}[G_2]$$

Nous devons donc calculer les valeurs propres de la matrice N, c'est-à-dire résoudre $\det [N] - \lambda I = 0$. Le polynôme caractéristique valant :

$$(-i\eta+ig_o-\lambda)(-i\eta-ig_o-\lambda) + (\omega_o-k_o)(\omega_o-k_o) = 0$$

on obtient tous calculs faits, les valeurs propres :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -i\eta+i\sqrt{(\omega_o-k_o)^2+g_o^2} = -i\eta+i\Gamma_o \\ \lambda_2 = -i\eta-i\sqrt{(\omega_o-k_o)^2+g_o^2} = -i\eta-i\Gamma_o \end{cases}$$

D'après la deuxième formule de Frazer-Duncan et Collar :

$$G_1 = \frac{\lambda_2[1] - [N]}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{1}{2i\Gamma_o} \begin{bmatrix} -i\Gamma_o - ig_o & -k_o + \omega_o \\ k_o - \omega_o & -i\Gamma_o + ig_o \end{bmatrix}$$

et :

$$G_2 = \frac{1}{2i\Gamma_o} \begin{bmatrix} i\Gamma_o - ig_o & -k_o + \omega_o \\ k_o - \omega_o & i\Gamma_o + ig_o \end{bmatrix}$$

ce qui donne après avoir remplacé λ_1, λ_2, G_1 et G_2 par leurs valeurs dans l'expression de M' la matrice définissant la fibre dans le référentiel tournant.

$$\begin{cases} M' = e^{-i\eta Z} \begin{bmatrix} A & B \\ -B & A^* \end{bmatrix} \quad ; \quad M = \begin{pmatrix} \cos \tau z & -\sin \tau z \\ +\sin \tau z & \cos \tau z \end{pmatrix} M' \\ A = \cos \Gamma_o z + \frac{ig_o}{\Gamma_o} \sin \Gamma_o z \\ B = \frac{k_o - \omega_o}{\Gamma_o} \sin \Gamma_o z \\ \Gamma_o = \sqrt{(\omega_o-k_o)^2 + g_o^2} \end{cases}$$

ANNEXE V

MODES PROPRES DE POLARISATION DE LA FIBRE

Pour obtenir les modes propres de polarisation, c'est-à-dire les vibrations lumineuses pouvant se propager sans déformation de leur E.D.P., nous devons calculer les valeurs propres et vecteurs propres associés de la matrice représentative de la fibre. Sur la sphère de Poincaré ces deux modes propres sont représentés par les deux points symétriques appartenant à l'axe portant le vecteur $\vec{\Gamma}$.

Nous chercherons ensuite les conditions pour que ces modes propres soient des modes circulaires. En omettant le terme de propagation, dans le référentiel de la fibre la matrice représentant la matrice est :

$$M' = \begin{bmatrix} A & B \\ -B & A^* \end{bmatrix}$$

L'équation caractéristique de M' est donc :

$$|M'| - \lambda |I| = 0$$

c'est-à-dire :

$$\lambda^2 - \lambda(A+A^*) + (|A|^2+B^2) = 0$$

Tous calculs faits les valeurs propres sont :

$$\lambda_1 = e^{i\Gamma_o Z} \quad \text{et} \quad \lambda_2 = e^{-i\Gamma_o Z}$$

Cherchons maintenant les vecteurs propres associés à ces deux valeurs propres :

$$[M'](\theta_i) = \lambda_i(\Psi_i) = \lambda_i \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Pour la valeur propre λ_i nous obtenons :

$$\begin{cases} Au_1 + Bu_2 = \lambda_i u_1 \\ -Bu_1 + A^* u_2 = \lambda_i u_2 \end{cases}$$

ce qui donne pour λ_1, une fois A, B et λ_1 remplacés par leurs valeurs, le système :

$$\begin{cases} i(g_o - \Gamma_o)u_1 + (k_o - \omega_o)u_2 = 0 \\ (\omega_o - k_o)u_1 - i(g_o + \Gamma_o)u_2 = 0 \end{cases}$$

Remarquons que le déterminant de ce système est nul, les équations sont donc dépendantes : il existe un ensemble de solutions non toutes nulles. Posons arbitrairement $u_1 = m$. Nous obtenons :

$$u_2 = \frac{i(k_o - \omega_o)}{g_o + \Gamma_o} m$$

Le vecteur propre est donc de la forme :

$$\mathcal{V}_1 = m \begin{pmatrix} 1 \\ i(k_o - \omega_o)(g_o + \Gamma_o) \end{pmatrix}$$

De même le deuxième vecteur propre :

$$\mathcal{V}_2 = m \begin{pmatrix} 1 \\ i(k_o - \omega_o)/(g_o - \Gamma_o) \end{pmatrix}$$

m et m' étant des constantes arbitraires.

Ces deux vecteurs propres orthogonaux représentent des états de polarisations elliptiques pouvant se propager sans déformation dans la fibre. Pour rendre circulaires les vecteurs propres $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$ il faut réaliser :

$$\mathcal{V}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathcal{V}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{k_o - \omega_o}{g_o + \Gamma_o} = 1 \text{ pour } \mathcal{V}_1 \quad \text{et} \quad \frac{k_o - \omega_o}{g_o - \Gamma_o} = -1 \text{ pour } \mathcal{V}_2$$

Ces deux conditions conduisent à :

$$\begin{cases} g_o = 0 = \Delta\beta \\ \dfrac{g_o}{k_o - \omega_o} = \dfrac{\Delta\beta}{k'_b - \omega_b} < 1 \end{cases}$$

Nous retrouvons les mêmes conclusions qu'avec la sphère de Poincaré : biréfringence linéaire nulle ou biréfringence circulaire induite très supérieure à la biréfringence linéaire intrinsèque.

ANNEXE VI

ELLIPTICITE APRES PROPAGATION DANS LA FIBRE (JONES)

(Entrée en polarisation circulaire)

Nous avons calculé au paragraphe II.4.3 les composantes du vecteur champ électrique en fonction des paramètres intrinsèques de la fibre et de la torsion induite. L'ellipticité d'une vibration est définie comme $e = tg\ \psi$, c'est-à-dire le rapport des petit et grand axes de l'ellipse B/A.

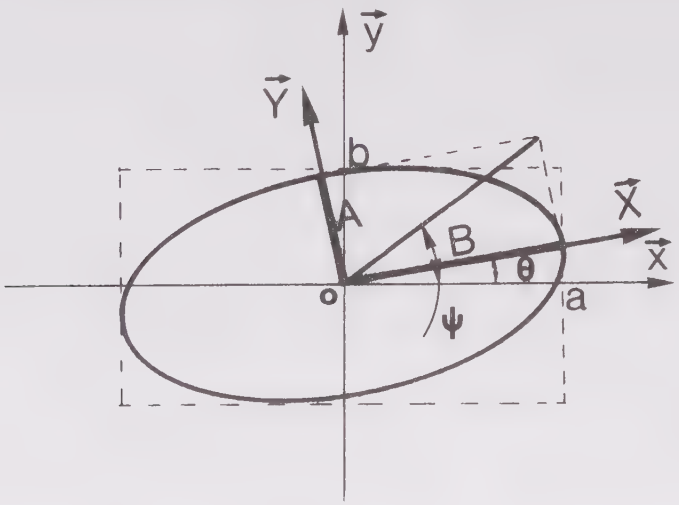


Figure AVI.1 : Orientation et ellipticité.

L'ellipse représentée par la figure AVI.1 est définie par les relations :

$$\begin{cases} x = a \cos \omega t \\ y = b \sin(\omega t - \varphi_+) \\ b/a = tg\ \alpha_+ \end{cases} \qquad (eVI.1)$$

L'angle 0 représente sur la figure l'orientation de l'ellipse par rapport à l'axe Ox fixe dans le laboratoire. Les axes OX et OY sont les axes liés à l'ellipse : ils tournent avec elle dans le repère du laboratoire.

L'expression du champ électrique de polarisation elliptique ayant parcouru la fibre est donnée par l'équation 6 du paragraphe II.4.3. Elle est de la forme :

$$\mathcal{E}^{+}_{(z)} \propto \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_+ e^{i\varphi_+} \end{pmatrix}$$

où α_+ et φ_+ sont donnés par les équation (7) et (8) du même chapitre.

Il nous faut relier les paramètres de ce champ avec ceux de l'ellipse. Un calcul trigonométrique montre que la relation cherchée est de la forme :

$$\frac{e}{1+e^2} = \frac{\operatorname{tg}\psi}{1+\operatorname{tg}^2\psi} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_+ \sin\varphi_+}{1+\operatorname{tg}^2\alpha_+} \qquad \text{(eVI.2)}$$

Appelons ξ ce rapport et calculons-le en remplaçant α_+ et φ_+ par leurs valeurs, nous obtenons :

$$\xi = \frac{\sqrt{\dfrac{\Gamma_o^2 - 2g_o(\omega_o - k_o)\sin^2\Gamma_o z}{\Gamma_o^2 + 2g_o(\omega_o - k_o)\sin^2\Gamma_o z}} \cdot \sin\left[\operatorname{Artg}\left(\dfrac{g_o^2\cos 2\Gamma_o z + (\omega_o - k_o)^2}{g_o\Gamma_o \cdot \sin 2\Gamma_o z}\right)\right]}{1 + \dfrac{\Gamma_o^2 - 2g_o k_o \sin^2\Gamma_o z}{\Gamma_o^2 + 2g_o k_o \sin^2\Gamma_o z}}$$

ce qui donne tous calculs faits en négligeant la biréfringence circulaire intrinsèque ω_o :

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{2g_o k_o \sin^2\Gamma_o z}{\Gamma_o^2}\right)} \cdot \sin\left[\operatorname{Artg}\left(\frac{g_o^2\cos 2\Gamma_o z + k_o^2}{g_o\Gamma_o \sin 2\Gamma_o z}\right)\right]$$

Nous pouvons à ce niveau remplacer la fonction $\sin(\operatorname{Artg}\varphi)$ par la relation équivalente $\varphi/\sqrt{1+\varphi^2}$. Nous obtenons alors :

$$\xi = \frac{g_o^2\cos 2\Gamma_o z + k_o^2}{2(g_o^2 + k_o^2)}$$

Grâce à cette relation nous pouvons calculer l'ellipticité e. En inversant l'équation eVI.2) nous obtenons :

$$e = \frac{1 - \sqrt{1-4\xi^2}}{2\xi}$$

L'autre racine de l'équation n'a pas de sens physique, e devant être compris entre -1 et +1.

Ainsi, tous calculs faits :

$$e = \frac{\Gamma_o^2 - 2g_o|\sin\Gamma_o z|.\sqrt{k_o^2+g_o^2\cos^2\Gamma_o z}}{k_o^2+g_o^2\cos 2\Gamma_o z} \qquad \text{(eVI.3)}$$

avec :

$$\Gamma_o = \sqrt{k_o^2+g_o^2}$$

Remarquons que si l'on ne désire pas négliger la biréfringence circulaire intrinsèque de la fibre il suffit de remplacer k_o^2 par $(\omega_o - k_o)^2$ dans l'équation eVI.3. ω_o est la demi-biréfringence circulaire intrinsèque.

En remplaçant la demi-biréfringence linéaire g_o par $\Delta\beta/2$ où $\Delta\beta$ est la biréfringence linéaire intrinsèque, ainsi qu'en remplaçant k_o par $k_b/2$ on obtient :

$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{\Gamma^2 - 2\Delta\beta|\sin\Gamma z|.\sqrt{k_b'^2 + \Delta\beta^2\cos^2\Gamma z}}{k_b'^2 + \Delta\beta^2\cos 2\Gamma z} \\ \text{avec :}\quad \Gamma &= \frac{1}{2}\sqrt{k_b'^2 + \Delta\beta^2} \qquad \text{et} \qquad k_b' = (2-g)\tau \end{aligned}\right\} \qquad \text{(eVI.4)}$$

où k_b est la biréfringence circulaire induite et τ la torsion.

De même si la biréfringence circulaire intrinsèque ω_b n'est pas négligeable, il convient de remplacer $k_b'^2$ par $(\omega_b - k_b')^2$.

Cette expression (équation eVI.4) exprime l'ellipticité d'une vibration à l'abscisse z dans la fibre, la vibration du départ étant circulaire C_+.

ANNEXE VII

EQUIVALENCE DES DEUX EXPRESSIONS DE L'ELLIPTICITE

Rappelons que l'expression obtenue par le calcul matriciel de Jones d'une onde, initialement circulaire et qui s'est propagée dans la fibre est :

$$e_{Jones} = \frac{(\Delta\beta^2+k_b'^2) - 2\Delta\beta\,|\sin\Gamma z|\sqrt{k_b'^2 + \Delta\beta^2\cos^2\Gamma z}}{k_b'^2 + \Delta\beta^2\cos 2\Gamma z}$$

Ceci en considérant la biréfringence circulaire intrinsèque de la fibre comme négligeable.

L'expression obtenue par projections sur la sphère de Poincaré est :

$$e_{Poincaré} = tg\left[\frac{1}{2}\,Arsin(\cos\theta.\cos^2\delta+\sin^2\delta)\right] = e_p$$

avec :

$$\delta = Artg\left(\frac{k_b'}{\Delta\beta}\right)$$

Nous allons montrer que ces deux expressions sont rigoureusement équivalentes. Notons :

$$\xi = \frac{e}{1+e^2} = \frac{\Delta\beta^2\cos 2\Gamma z + k_b'^2}{2(\Delta\beta^2+k_b'^2)}$$

$$\xi = \frac{tg\psi}{1+tg^2\psi} = \frac{1}{2}\sin 2\psi$$

$$\Rightarrow 2\xi = \sin 2\psi \qquad \text{(eVII.1)}$$

Notons également que :

$$e_p = tg(\psi) = tg\left(\frac{1}{2}(2\psi)\right)$$

Ainsi dans l'expression donnée par Poincaré e_p nous avons la relation :

$$2\psi = \text{Arsin}(\cos\theta.\cos^2\delta + \sin^2\delta)$$

ce qui donne :

$$\sin 2\psi = \cos\theta.\cos^2\delta + \sin^2\delta \qquad \text{(eVII.2)}$$

Comparons les équations eVII.1 et eVII.2. Elles définissent sin 2ψ obtenu par les deux méthodes, il suffit de démontrer que ces deux relations sont équivalentes pour prouver l'identité des deux formules d'ellipticité :

$$\sin 2\psi = \frac{\Delta\beta^2\cos 2\Gamma z + k'^2_b}{\Delta\beta^2 + k'^2_b} \overset{?}{=} \cos\theta\cos^2\delta + \sin^2\delta \qquad \text{(eVII.3)}$$

Pour démontrer ceci calculons au préalable $\sin^2\delta$ et $\cos^2\delta$:

$$\begin{cases} \sin\delta = \sin\left(\text{Artg}\,\dfrac{k'_b}{\Delta\beta}\right) = \dfrac{k'_b/\Delta\beta}{\sqrt{1 + k'^2_b/\Delta^2\beta}} \\ \cos\delta = \cos\left(\text{Artg}\,\dfrac{k_b}{\Delta\beta}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + k^2_b/\Delta^2\beta}} \end{cases}$$

L'expression de droite définissant sin 2ψ dans l'équation (eVII.3) devient en y substituant $\sin^2\delta$ et $\cos^2\delta$:

$$\cos\theta.\frac{1}{1+(k_b/\Delta\beta)^2} + \frac{(k'_b/\Delta\beta)^2}{1+(k'_b/\Delta\beta)^2} = \frac{\Delta\beta^2\cos\theta + k'^2_b}{\Delta\beta^2 + k'^2_b}$$

Cette expression est à comparer à la première expression définissant sin 2ψ dans l'équation eVII.3, c'est-à-dire :

$$\frac{\Delta\beta^2\cos 2\Gamma z + k'^2_b}{\Delta\beta^2 + k'^2_b} \overset{?}{=} \frac{\Delta\beta^2\cos\theta + k'^2_b}{\Delta\beta^2 + k'^2_b}$$

Ainsi :

$$\cos\theta \overset{?}{=} \cos 2\Gamma z \Rightarrow 2\Gamma z \overset{?}{=} \theta \mod[2\pi]$$

θ sur la sphère de Poincaré représente la propagation puisque cet angle indique la rotation autour de l'axe Γ.

Quant à $2\Gamma z$ ce terme représente également la propagation puisqu'intervient la variable z.

Nous avons donc démontré l'identité des formules obtenues par la méthode matricielle de Jones et par celle de Poincaré, définissant l'ellipticité de la vibration en tout point z de la propagation. Suivant l'opportunité il conviendra de choisir l'une ou l'autre des expressions.

REFERENCES DES ANNEXES

BERKELEY
"Electricité et magnétisme".
Volume II, Collection U, Edition A. COLIN (1972).

G. BRUHAT
"Optique".
Cours de physique générale, Edition Masson (1965).

A. SOMMERFELD
"Optics".
Lectures on theoritical physics, Vol. IV, Academic Press (1972).

R. ULRICH
"Polarization optics of twisted single-mode fibers".
App. Opt., Vol. 18, n° 13, 2241-2251 (1979).